Les suites numériques — Fiche d'exercices

Cette fiche accompagne le mémo sur les suites numériques. Tu peux t'y référer à tout moment pour retrouver les formules des suites arithmétiques et géométriques et la méthode pour reconnaître leur nature. Écris toujours la formule utilisée avant de remplacer.

Exercice 1 *Calculer des termes* (1^{re}).

1. La suite (u_n) est définie par $u_n = 3n - 2$. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_5.
   $u_0 =$ ..... $u_1 =$ ..... $u_2 =$ ..... $u_5 =$ .....

2. La suite (v_n) est définie par $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 2v_n + 3$. Calculer v_1, v_2 et v_3.
   $v_1 =$ ..... $v_2 =$ ..... $v_3 =$ .....

3. La suite (w_n) est définie par $w_n = n^2 + 1$. Compléter : $w_4 =$ .....$^2 + 1 =$ .....
   Peut-on calculer w_{10} sans connaître w_9 ? Et v_{10} sans connaître v_9 ?

   .....

   .....

   .....

4. Pour la suite (u_n) de la question 1, exprimer u_{n+1} puis $u_n + 1$ en fonction de n. Expliquer la différence entre ces deux expressions.
   $u_{n+1} =$ ..... $u_n + 1 =$ .....

   .....

   .....

Exercice 2 *Suites arithmétiques* (1^{re}).

1. La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = -2$. Compléter :
   $u_1 = 5 + ($.....$) =$ ..... $u_2 =$ ..... $u_n = u_0 + n\,r =$ .....
   $u_{10} =$ .....

2. La suite (u_n) est arithmétique, avec $u_0 = 7$ et $u_3 = 16$. Déterminer sa raison r, puis exprimer u_n en fonction de n et calculer u_{20}.

3. La suite (v_n) est arithmétique, avec $v_2 = 11$ et $v_5 = 26$. Déterminer sa raison r et son premier terme v_0, puis exprimer v_n en fonction de n.

Exercice 3 *Suites géométriques* (1^{re})**.**

1. La suite (v_n) est géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 2$. Compléter :
   $v_1 = 3 \times$ ..... = ... $v_2 =$ ..... $v_n = v_0 \times q^n =$ .....
   $v_5 =$ .....

2. Pour chaque suite, calculer les quatre premiers termes, puis préciser sa nature (arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre) en justifiant.
   a) $u_n = 7 - 2n$

   b) $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = 2v_n$

   c) $w_n = n^2$

   d) $t_n = 5 \times 0{,}5^n$

3. La suite (v_n) est géométrique de raison 3 et vérifie $v_2 = 18$. Calculer v_0, puis v_4.

Exercice 4 ***Terme général et variations*** **(*1re*).** La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 12$ et de raison $r = -1{,}5$. La suite (v_n) est géométrique de premier terme $v_0 = 100$ et de raison $q = 0{,}8$.

1. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_8.
   $u_n =$ ..... $u_8 =$ .....
2. La suite (u_n) est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.

   .....

3. À partir de quel rang a-t-on $u_n < 0$?

4. Exprimer v_n en fonction de n, puis calculer v_3.
   $v_n =$ ..... $v_3 =$ .....
5. La suite (v_n) est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.

   .....

   .....

Exercice 5 ***Problème en contexte : deux placements*** **(*1re*).** On place un capital de 2000 € sur un compte qui rapporte 4 % par an, les intérêts s'ajoutant chaque année au capital. On note C_n le capital, en euros, au bout de n années, avec $C_0 = 2000$.

1. Justifier que (C_n) est géométrique et préciser sa raison.

   .....

   .....

2. Exprimer C_n en fonction de n.

   .....

3. Calculer le capital au bout de 3 ans (arrondir au centime).

   .....

   .....

4. Un second placement de 2000 € rapporte 90 € d'intérêts fixes chaque année ; on note D_n le capital correspondant au bout de n années. Préciser la nature de la suite (D_n) et exprimer D_n en fonction de n.

   .....

   .....

5. Comparer C_3 et D_3, puis C_{10} et D_{10} (arrondir au centime). Que peut-on en conclure ?

Exercice 6 ***Problème en contexte : modéliser deux évolutions*** **(*1re*).**

1. Une ville compte 20 000 habitants en 2024 et perd 300 habitants chaque année. On note h_n le nombre d'habitants en 2024 + n.
   a) Préciser la nature de la suite (h_n) et exprimer h_n en fonction de n.

   b) Calculer h_5.

   c) En quelle année la population passera-t-elle pour la première fois sous 17 000 habitants ?

2. Un patient prend 200 mg d'un médicament. Chaque heure, l'organisme élimine 25 % de la quantité présente. On note m_n la quantité, en mg, restant dans l'organisme après n heures.
   a) Préciser la nature de la suite (m_n) et sa raison.

   b) Exprimer m_n en fonction de n.

   c) Calculer m_2 et m_4 (arrondir au dixième).

Exercice 7 ***QCM*** **(*1re*).** Pour chaque question, entourer la bonne réponse.

1. La suite définie par $u_n = 4n + 1$ est :

   A. géométrique de raison 4 **B.** arithmétique de raison 1
   C. arithmétique de raison 4 **D.** ni arithmétique ni géométrique

2. La suite (v_n) est géométrique de premier terme $v_0 = 5$ et de raison 2. Alors v_3 vaut :

   A. 40 **B.** 30 **C.** 11 **D.** 1000

3. Une suite arithmétique de raison -3 est :

   A. croissante **B.** décroissante
   C. constante **D.** on ne peut pas savoir sans connaître u_0

4. La suite (u_n) est définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n^2 - 1$. Alors u_2 vaut :

   A. 3 **B.** 5 **C.** 63 **D.** 8

Exercice 8 ***Vrai ou faux ?.*** Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier :

A. Si $u_{n+1} = u_n + 5$ pour tout n, alors la suite (u_n) est arithmétique de raison 5.

B. Si $u_{n+1} = 5\,u_n$ pour tout n, alors la suite (u_n) est arithmétique de raison 5.

C. Pour une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r, on a $u_n = u_0 + n\,r$.

D. Une suite géométrique de raison $q > 1$ est toujours croissante.

E. La suite définie par $u_n = 2^n$ est géométrique de raison 2.

F. Si $u_0 = 4$ et $u_1 = 8$, alors la suite (u_n) est nécessairement géométrique de raison 2.

G. Une suite peut être à la fois arithmétique et géométrique.

H. La suite 1, 4, 9, 16, … est géométrique.