Le second degré — Fiche d'exercices

Cette fiche accompagne le mémo sur le second degré. Tu peux t'y référer à tout moment pour retrouver les définitions, les méthodes et les exemples. Détaille toujours le calcul du discriminant avant de conclure.

Exercice 1 ***Identifier les coefficients et l'orientation*** **(*1re*).**

1. Pour chaque trinôme, donner les valeurs de a, b et c :
   a) $A = 2x^2 - 3x + 1$: $a =$ ..... $b =$ ..... $c =$ .....
   b) $B = -x^2 + 5x$: $a =$ ..... $b =$ ..... $c =$ .....
   c) $C = 4 - x^2$: $a =$ ..... $b =$ ..... $c =$ .....
   d) $D = (x-1)(x+3) =$ ..... donc $a =$ ..... $b =$ ..... $c =$ .....
2. Pour chacun des trinômes A, B, C et D, dire si la parabole associée est tournée vers le haut ou vers le bas, et si la fonction admet un minimum ou un maximum.

3. L'expression $E = 3x + 2$ est-elle un trinôme du second degré ? Justifier.

   .....

   .....

Exercice 2 ***Calculer un discriminant, étape par étape*** **(*1re*).** On veut résoudre l'équation $x^2 - 3x - 4 = 0$. Compléter chaque étape.

1. Les coefficients sont $a =$ ..... $b =$ ..... et $c =$ .....
2. $\Delta = b^2 - 4ac =$ (.....)$^2 - 4 \times$ ..... $\times$ ..... $=$ ..... $+$ ..... $=$ .....
3. Comme Δ ..... 0, l'équation admet ..... solution(s).
4. $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{\text{.....} - \text{.....}}{\text{.....}} =$ .....
   $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{\text{.....} + \text{.....}}{\text{.....}} =$ .....
5. Vérification : remplacer x par x_1 dans $x^2 - 3x - 4$: (.....)$^2 - 3 \times$ (.....) $- 4 =$ .....
6. L'ensemble des solutions est $S =$ {..... ; .....}.

Exercice 3 ***Résoudre des équations du second degré*** **(*1re*).** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, en détaillant le calcul du discriminant lorsqu'il est nécessaire.

1. $x^2 - 7x + 10 = 0$

2. $x^2 - 4x + 4 = 0$

3. $x^2 + 2x + 5 = 0$

4. $3x^2 + 5x - 2 = 0$

5. $x^2 - 5x = 0$

6. $2x^2 - 18 = 0$

Exercice 4 *Factoriser un trinôme* (*1re*).

1. Le trinôme $2x^2 - 5x + 3$ a pour racines 1 et $\frac{3}{2}$. Compléter :

   $2x^2-5x+3 =$ ..... $(x-$.....$)\,(x -$ .....$) = (x-1)($..... $x-$.....$)$

2. Factoriser lorsque c'est possible, en utilisant les racines trouvées à l'exercice précédent :
   a) $A = x^2 - 7x + 10 =$ .....
   b) $B = 3x^2 + 5x - 2 =$ .....
   c) $C = x^2 - 4x + 4 =$ .....
   d) $D = x^2 + 2x + 5 =$ .....

3. Vérifier la factorisation de B en développant.

   .....

   .....

Exercice 5 *Étudier un signe et résoudre une inéquation* (*1re*).

1. On considère le trinôme $P(x) = -x^2 + 4x - 3$.
   a) Calculer le discriminant et les racines de P.

   b) En déduire la forme factorisée de $P(x)$.
   $P(x) =$ .....
   c) Dresser le tableau de signes de $P(x)$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 - x - 6 \leqslant 0$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2 + 3x + 5 > 0$.

Exercice 6 ***Problème en contexte*** **(*1re*).** Un fabricant estime que son bénéfice, en milliers d'euros, pour x centaines d'objets vendus, est $B(x) = -2x^2 + 12x - 10$, avec $0 \leqslant x \leqslant 6$.

1. Pour quelles quantités le bénéfice est-il nul ?

2. Déterminer les quantités pour lesquelles le bénéfice est positif.

   . . . . . .

   . . . . . .

   . . . . . .

3. Sans calcul supplémentaire, expliquer pourquoi le bénéfice admet un maximum.

   . . . . . .

   . . . . . .

4. En utilisant la symétrie de la parabole, déterminer la quantité qui rend le bénéfice maximal, puis calculer ce bénéfice maximal.

Exercice 7 *QCM* (1^{re})**.** Pour chaque question, entourer la bonne réponse.

1. Le discriminant du trinôme $2x^2 - 3x + 1$ vaut :

   A. 17 **B.** 1 **C.** -1 **D.** -17

2. Le trinôme $3x^2 - 6x + 3$ admet :

   A. deux racines, 1 et -1 **B.** aucune racine
   C. une racine double égale à 1 **D.** une racine double égale à -1

3. Le trinôme $x^2 - 5x + 6$ est strictement négatif :

   A. sur $]2\ ;\ 3[$ **B.** sur $]-\infty\ ;\ 2[\cup]3\ ;\ +\infty[$
   C. pour aucune valeur de x **D.** sur $]-\infty\ ;\ 6[$

4. Le trinôme $2x^2 - 2x - 12$ a pour racines -2 et 3. Sa forme factorisée est :

   A. $(x + 2)(x - 3)$ **B.** $2(x - 2)(x + 3)$
   C. $(2x - 4)(2x + 6)$ **D.** $2(x + 2)(x - 3)$

Exercice 8 ***Vrai ou faux ?.*** Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier :

A. Si $\Delta < 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a aucune solution réelle.

B. Un trinôme du second degré peut avoir trois racines.

C. Si $a > 0$, le trinôme $ax^2 + bx + c$ est positif pour tout réel x.

D. $-x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2$.

E. L'équation $x^2 + 1 = 0$ admet deux solutions réelles.

F. Le nombre 3 est une racine du trinôme $x^2 - 2x - 3$.

G. Si $\Delta = 0$, la parabole touche l'axe des abscisses en un seul point.

H. Les solutions de $2x^2 - 8 = 0$ sont 4 et -4.