Repérage dans le plan

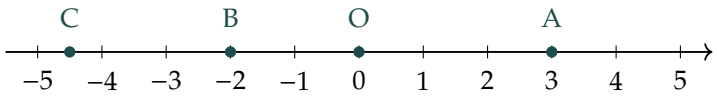
Se repérer dans le plan, c'est associer un point à un couple de nombres et réciproquement. On utilise cette compétence pour tracer des graphiques de fonctions, faire de la géométrie analytique, lire une carte ou un plan, et plus tard en physique-chimie ou en sciences de l'ingénieur. Les difficultés principales viennent de la confusion entre abscisse et ordonnée, du passage aux coordonnées négatives et de la lecture de graduations dont le pas n'est pas 1.

Prérequis : Nombres relatifs, Théorème de Pythagore. **Pour s'entraîner :** Exercices : repérage.

Se repérer sur une droite graduée (5e–4e)

Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un seul nombre appelé son **abscisse**. L'origine O a pour abscisse 0. Les nombres positifs sont à droite de O, les nombres négatifs à gauche.

Exemples



Le point A a pour abscisse 3, le point B a pour abscisse −2 et le point C a pour abscisse −4,5.

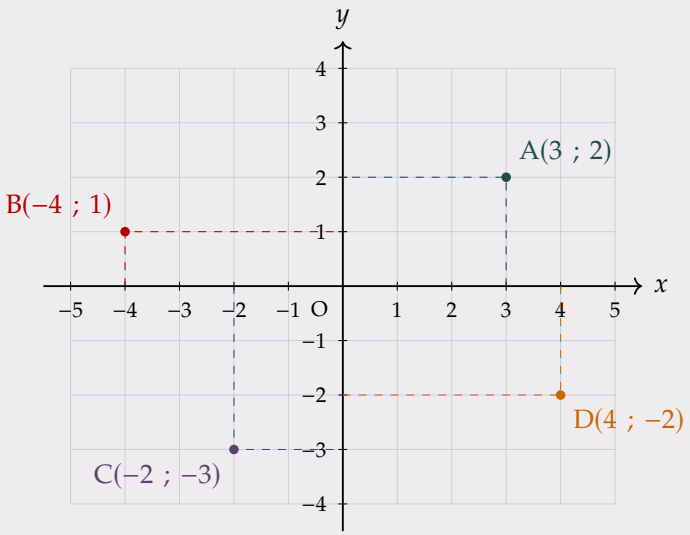
Attention au pas de graduation : si les graduations vont de 2 *en* 2 *ou de* 0,5 *en* 0,5*, il ne faut pas compter les traits mais lire les valeurs.*

Se repérer dans le plan (5e–3e)

Un **repère du plan** est constitué de deux droites graduées perpendiculaires qui se coupent en un point O appelé **origine**. La droite horizontale est l'**axe des abscisses** et la droite verticale est l'**axe des ordonnées**.

Chaque point du plan est repéré par un couple de nombres $(x\ ;\ y)$ appelés ses **coordonnées** :

- x est l'**abscisse** : on la lit sur l'axe horizontal ;
- y est l'**ordonnée** : on la lit sur l'axe vertical.



Moyen mnémotechnique : « abscisse » commence par « a » comme « à l'horizontale ». On lit toujours l'abscisse en premier, puis l'ordonnée : on va **d'abord à droite ou à gauche**, puis **en haut ou en bas**.

Les quatre zones du repère : les axes partagent le plan en quatre zones, appelées **quadrants** (numérotés I à IV dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, en partant du quadrant en haut à droite). Le signe des coordonnées dépend de la position par rapport aux axes.

Zone	Abscisse x	Ordonnée y	Exemple
En haut à droite	$x > 0$	$y > 0$	A(3 ; 2)
En haut à gauche	$x < 0$	$y > 0$	B(−4 ; 1)
En bas à gauche	$x < 0$	$y < 0$	C(−2 ; −3)
En bas à droite	$x > 0$	$y < 0$	D(4 ; −2)

Les points situés sur les axes n'appartiennent à aucune de ces quatre zones : un point sur l'axe des abscisses a son ordonnée égale à 0*, et un point sur l'axe des ordonnées a son abscisse égale à* 0*.*

Lire et placer des coordonnées : méthode (5e–3e)

Pour lire les coordonnées d'un point :

1. Depuis le point, tracer (ou imaginer) la verticale jusqu'à l'axe des abscisses : la valeur lue est l'abscisse x.
2. Depuis le point, tracer (ou imaginer) l'horizontale jusqu'à l'axe des ordonnées : la valeur lue est l'ordonnée y.
3. Écrire le couple $(x\ ;\ y)$.

Pour placer un point de coordonnées $(x\ ;\ y)$ **:**

1. Repérer la valeur x sur l'axe des abscisses et tracer la verticale passant par ce repère.

2. Repérer la valeur y sur l'axe des ordonnées et tracer l'horizontale passant par ce repère.
3. Le point se trouve à l'intersection des deux droites.

Attention aux graduations : avant de lire ou de placer quoi que ce soit, vérifier le pas de graduation sur chaque axe. Si chaque carreau vaut 0,5 ou 2, un trait ne correspond pas à une unité.

Propriété 1 (Milieu d'un segment et distance entre deux points, 3e–2nde)

Milieu d'un segment : le milieu M du segment [AB] avec $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ a pour coordonnées :

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Exemples $A(1\ ;\ 4)$ et $B(5\ ;\ -2)$. Le milieu M a pour coordonnées $\left(\frac{1+5}{2}\ ;\ \frac{4+(-2)}{2}\right) = (3\ ;\ 1)$.

Distance entre deux points : la distance AB entre $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ est :

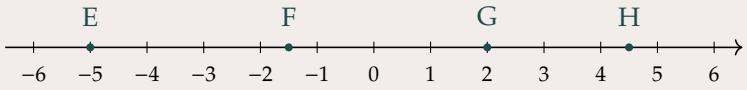
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Cette formule est une conséquence directe du théorème de Pythagore : la distance AB est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent $|x_B - x_A|$ et $|y_B - y_A|$.

Exemples $A(1\ ;\ 4)$ et $B(5\ ;\ -2)$.
$AB = \sqrt{(5-1)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \approx 7{,}2$.

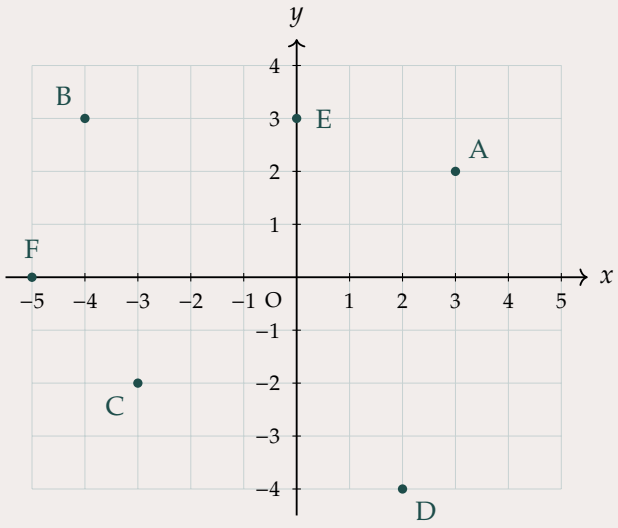
Exercice 1 *Repérage sur une droite graduée (5e)*

1. Sur la droite graduée ci-dessous, lire l'abscisse de chaque point.



2. Placer sur une droite graduée les points P(−3), Q(1,5), R(−0,5) et S(5).

Exercice 2 *Lire des coordonnées dans un repère (5^e–4^e)* Dans le repère ci-dessous, lire les coordonnées de chaque point.

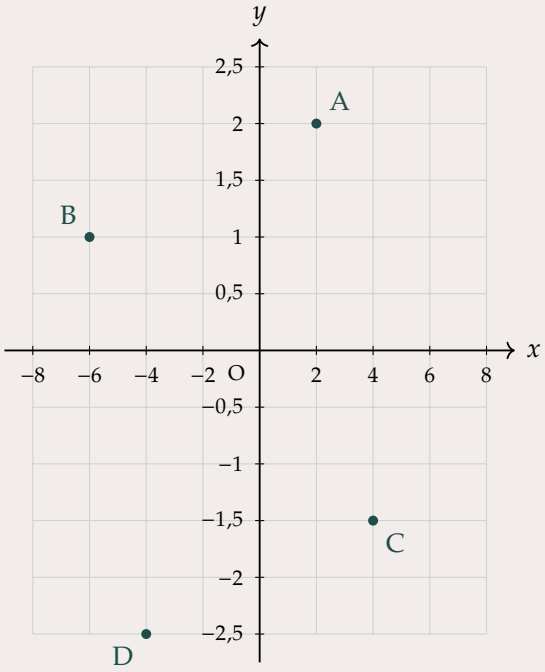


Exercice 3 *Placer des points dans un repère (5^e–4^e)* Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm sur chaque axe), placer les points suivants :

A(4 ; 3) B(−2 ; 5) C(−3 ; −1)

D(5 ; −3) $E\left(-\frac{3}{2} ; \frac{7}{2}\right)$ F(0 ; −4)

Exercice 4 *Graduations variées (4e–3e)* Dans le repère ci-dessous, l'unité sur l'axe des abscisses est 2 (chaque graduation vaut 2) et l'unité sur l'axe des ordonnées est 0,5 (chaque graduation vaut 0,5).



1. Lire les coordonnées des points A, B, C et D.
2. Placer dans ce repère les points E(6 ; 1,5) et F(−4 ; −0,5).

Exercice 5 *Milieu d'un segment (3e–2nde)*

1. Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AB] dans chaque cas :
   a) A(2 ; 6) et B(8 ; 2)
   b) A(−3 ; 5) et B(7 ; −1)
   c) A(−4 ; −2) et B(−6 ; 4)
2. Le milieu du segment [CD] est M(3 ; −1) et C(7 ; 2). Déterminer les coordonnées de D.
3. Les points A(1 ; 3), B(5 ; 1), C(7 ; 5) et D(3 ; 7) forment-ils un parallélogramme ? Justifier en utilisant les milieux des diagonales.

Exercice 6 *Distance entre deux points* (3^e–2^{nde})

1. Calculer la distance entre les points suivants :
   a) A(1 ; 2) et B(4 ; 6)
   b) C(−3 ; 1) et D(2 ; −2)
   c) E(−1 ; −5) et F(−4 ; −1)
2. Le triangle P(1 ; 1), Q(4 ; 5), R(8 ; 2) est-il rectangle ? Justifier.
3. A(−2 ; 3) et B(4 ; −1). Calculer AB, puis vérifier que le milieu M de [AB] est bien équidistant de A et de B.

Exercice 7 *Problème de synthèse* (3^e–2^{nde}) On considère les points A(−3 ; 1), B(1 ; 4) et C(4 ; 0).

1. Placer les points dans un repère orthonormé (unité : 1 cm).
2. Calculer les longueurs AB, BC et AC.
3. Le triangle ABC est-il isocèle ? rectangle ? Justifier.
4. Calculer les coordonnées du milieu M de [BC].
5. En déduire la longueur de la médiane [AM].

⚠ Erreurs classiques sur le repérage

Erreur	Exemple faux	Correction
Inverser abscisse et ordonnée	Écrire A(2 ; 3) au lieu de A(3 ; 2) quand A est à 3 sur l'axe horizontal et 2 sur l'axe vertical	L'abscisse (horizontal) s'écrit toujours en premier : $(x\ ;\ y)$
Compter les carreaux au lieu de lire les valeurs	Lire A(3 ; 2) quand chaque carreau vaut 2 et A est au 3e carreau	A est à la valeur 6 sur l'axe, pas 3. Regarder les nombres écrits sur les axes
Oublier les signes quand le point est à gauche ou en bas	Écrire B(4 ; 3) au lieu de B(−4 ; 3) pour un point à gauche de l'axe vertical	À gauche, l'abscisse est négative. En dessous, l'ordonnée est négative
Confondre milieu et distance	Calculer $\mathrm{M} = (x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A}\ ;\ y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A})$	Le milieu utilise la **moyenne** : $\mathrm{M}\left(\frac{x_\mathrm{A}+x_\mathrm{B}}{2}\ ;\ \frac{y_\mathrm{A}+y_\mathrm{B}}{2}\right)$. La distance utilise la **différence**
Oublier de mettre au carré dans la formule de distance	Calculer $\mathrm{AB} = \sqrt{(x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A}) + (y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A})}$	La formule correcte est $\mathrm{AB} = \sqrt{(x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A})^2 + (y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A})^2}$

Exercice 8 *QCM (5e–3e)* Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

1. Le point A(−3 ; 5) se trouve :

   A. en haut à droite de l'origine **B.** en haut à gauche de l'origine
   C. en bas à gauche de l'origine **D.** en bas à droite de l'origine

2. Le milieu de [AB] avec A(2 ; 6) et B(4 ; 2) a pour coordonnées :

   A. (6 ; 8) **B.** (3 ; 4) **C.** (2 ; 4) **D.** (1 ; 2)

3. La distance entre C(0 ; 0) et D(3 ; 4) est :

   A. 7 **B.** $\sqrt{7}$ **C.** 5 **D.** 25

4. Un point est sur l'axe des ordonnées. On sait que :

   A. son ordonnée est 0 **B.** son abscisse est 0
   C. ses deux coordonnées sont égales **D.** ses deux coordonnées sont 0

5. Dans un repère où chaque carreau vaut 0,5, un point situé à 3 carreaux à droite de l'origine a pour abscisse :

   A. 3 **B.** 0,5 **C.** 1,5 **D.** 6

Exercice 9 *Vrai ou faux ?* Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier :

A. Un point dont l'abscisse est nulle est situé sur l'axe des ordonnées.

B. Le point $(-2\ ;\ 3)$ et le point $(3\ ;\ -2)$ ont les mêmes coordonnées.

C. Le milieu du segment [AB] est toujours situé entre A et B sur la figure.

D. Si AB = 0, alors A et B sont le même point.

E. Dans un repère orthonormé, la distance entre $(0\ ;\ 0)$ et $(1\ ;\ 1)$ est 2.

F. Tous les points situés en bas à gauche de l'origine ont leurs deux coordonnées négatives.

G. Le milieu du segment $[(-4\ ;\ 2)\ ;\ (4\ ;\ -2)]$ est l'origine du repère.

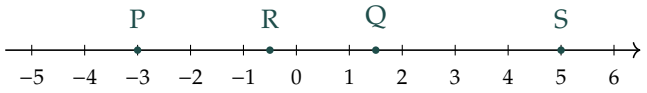
H. Si un point est à 3 unités de l'origine sur l'axe des abscisses, alors son abscisse est 3.

*Tu bloques sur un exercice ? Consulte la fiche **Que faire quand je bloque ?***
*Tu veux retenir durablement ces méthodes ? Consulte la fiche **Mémorisation et sciences cognitives**.*
*Tu fais souvent les mêmes erreurs ? Remplis ton **Carnet d'erreurs**.*

Solutions des exercices

Corrigé de l'exercice 1.

1. L'abscisse de E est -5. L'abscisse de F est $-1{,}5$. L'abscisse de G est 2. L'abscisse de H est 4,5.
2. Les points sont placés sur la droite graduée :

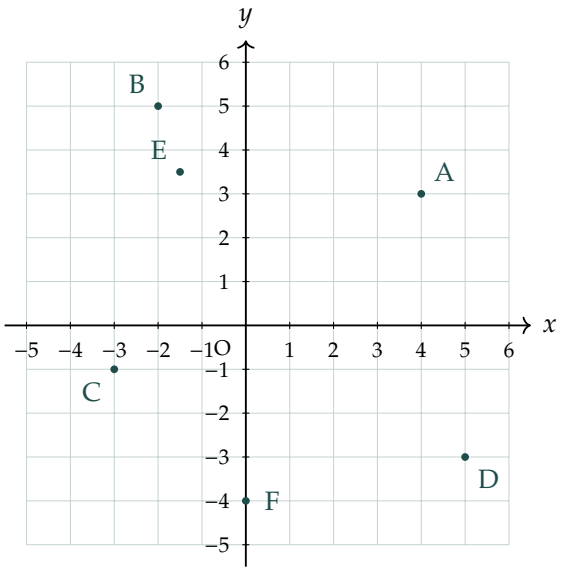


P est à 3 unités à gauche de l'origine, Q à mi-chemin entre 1 et 2, R à mi-chemin entre -1 et 0, et S à 5 unités à droite de l'origine.

Corrigé de l'exercice 2. On lit l'abscisse en projetant verticalement sur l'axe horizontal et l'ordonnée en projetant horizontalement sur l'axe vertical :

- A(3 ; 2) : abscisse 3, ordonnée 2 (en haut à droite de l'origine) ;
- B(-4 ; 3) : abscisse -4, ordonnée 3 (en haut à gauche) ;
- C(-3 ; -2) : abscisse -3, ordonnée -2 (en bas à gauche) ;
- D(2 ; -4) : abscisse 2, ordonnée -4 (en bas à droite) ;
- E(0 ; 3) : le point est sur l'axe des ordonnées, son abscisse est 0 ;
- F(-5 ; 0) : le point est sur l'axe des abscisses, son ordonnée est 0.

Corrigé de l'exercice 3. Pour chaque point, on repère l'abscisse sur l'axe horizontal, puis l'ordonnée sur l'axe vertical, et le point est à l'intersection des deux projections.



- A(4 ; 3) : 4 vers la droite, 3 vers le haut ;
- B(-2 ; 5) : 2 vers la gauche, 5 vers le haut ;
- C(-3 ; -1) : 3 vers la gauche, 1 vers le bas ;

- D$(5\ ;\ -3)$: 5 vers la droite, 3 vers le bas ;
- E$\left(-\dfrac{3}{2}\ ;\ \dfrac{7}{2}\right) = (-1{,}5\ ;\ 3{,}5)$: 1,5 cm vers la gauche, 3,5 cm vers le haut ;
- F$(0\ ;\ -4)$: le point est sur l'axe des ordonnées, 4 unités vers le bas.

Corrigé de l'exercice 4. Chaque carreau vaut 2 sur l'axe des abscisses et 0,5 sur l'axe des ordonnées. On lit les valeurs sur les axes, pas le nombre de carreaux.

1. Coordonnées :
   - A : abscisse = 1 carreau vers la droite = 2, ordonnée = 4 carreaux vers le haut = 2. Donc A$(2\ ;\ 2)$.
   - B : abscisse = 3 carreaux vers la gauche = -6, ordonnée = 2 carreaux vers le haut = 1. Donc B$(-6\ ;\ 1)$.
   - C : abscisse = 2 carreaux vers la droite = 4, ordonnée = 3 carreaux vers le bas = $-1{,}5$. Donc C$(4\ ;\ -1{,}5)$.
   - D : abscisse = 2 carreaux vers la gauche = -4, ordonnée = 5 carreaux vers le bas = $-2{,}5$. Donc D$(-4\ ;\ -2{,}5)$.

   Erreur fréquente : compter les carreaux et écrire A$(1\ ;\ 4)$ *au lieu de* A$(2\ ;\ 2)$. *On ne compte pas les traits, on lit les valeurs.*
2. E$(6\ ;\ 1{,}5)$: 6 sur l'axe des x correspond à 3 carreaux vers la droite, et 1,5 sur l'axe des y correspond à 3 carreaux vers le haut.

   F$(-4\ ;\ -0{,}5)$: -4 sur l'axe des x correspond à 2 carreaux vers la gauche, et $-0{,}5$ sur l'axe des y correspond à 1 carreau vers le bas.

Corrigé de l'exercice 5.

1. On applique la formule du milieu : M$\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}\ ;\ \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

   a) M$\left(\dfrac{2+8}{2}\ ;\ \dfrac{6+2}{2}\right) =$ M$(5\ ;\ 4)$.

   b) M$\left(\dfrac{-3+7}{2}\ ;\ \dfrac{5+(-1)}{2}\right) =$ M$(2\ ;\ 2)$.

   c) M$\left(\dfrac{-4+(-6)}{2}\ ;\ \dfrac{-2+4}{2}\right) =$ M$(-5\ ;\ 1)$.

2. Si M est le milieu de [CD], alors $x_M = \dfrac{x_C + x_D}{2}$ et $y_M = \dfrac{y_C + y_D}{2}$.

   Donc $x_D = 2x_M - x_C = 2 \times 3 - 7 = -1$ et $y_D = 2y_M - y_C = 2 \times (-1) - 2 = -4$.

   Conclusion : D$(-1\ ;\ -4)$.
3. Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu. Les diagonales sont [AC] et [BD].

Milieu de [AC] : $\left(\frac{1+7}{2} \ ; \ \frac{3+5}{2}\right) = (4 \ ; \ 4)$.

Milieu de [BD] : $\left(\frac{5+3}{2} \ ; \ \frac{1+7}{2}\right) = (4 \ ; \ 4)$.

Les deux diagonales ont le même milieu : ABCD est un parallélogramme.

Corrigé de l'exercice 6.

1. On applique $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

   a) $AB = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

   b) $CD = \sqrt{(2-(-3))^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34} \approx 5{,}83$.

   c) $EF = \sqrt{(-4-(-1))^2 + (-1-(-5))^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

2. Calculons les trois côtés :

   $PQ = \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

   $QR = \sqrt{(8-4)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$.

   $PR = \sqrt{(8-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

   Vérifions si le triangle est rectangle. Le plus grand côté est $PR = 5\sqrt{2}$.

   $PQ^2 + QR^2 = 25 + 25 = 50 = PR^2$.

   L'égalité de Pythagore est vérifiée : le triangle PQR est rectangle en Q.

3. $AB = \sqrt{(4-(-2))^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

   Milieu : $M\left(\frac{-2+4}{2} \ ; \ \frac{3+(-1)}{2}\right) = M(1 \ ; \ 1)$.

   $MA = \sqrt{(1-(-2))^2 + (1-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.

   $MB = \sqrt{(1-4)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.

   On a bien $MA = MB = \sqrt{13} = \frac{AB}{2}$: le milieu est équidistant des deux extrémités.

Corrigé de l'exercice 7.

1. Les points sont placés dans un repère : A en haut à gauche, B en haut à droite et C sur l'axe des abscisses.
2. Calcul des longueurs :

   $AB = \sqrt{(1-(-3))^2 + (4-1)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$.

   $BC = \sqrt{(4-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

   $AC = \sqrt{(4-(-3))^2 + (0-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
3. $AB = BC = 5$: le triangle ABC est **isocèle** en B.

Vérifions s'il est rectangle. Le plus grand côté est $AC = 5\sqrt{2}$.

$AB^2 + BC^2 = 25 + 25 = 50 = AC^2$.

L'égalité de Pythagore est vérifiée : le triangle ABC est **rectangle en** B.

Le triangle ABC est donc isocèle rectangle en B.

4. Milieu de [BC] : $M\left(\frac{1+4}{2} ; \frac{4+0}{2}\right) = M\left(\frac{5}{2} ; 2\right)$.
5. Longueur de la médiane :

$$AM = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - (-3)\right)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2 + 1} = \sqrt{\frac{121}{4} + 1} = \sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}.$$

Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse. Vérifions : $\frac{AC}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3{,}54$ et $AM = \frac{5\sqrt{5}}{2} \approx 5{,}59$. La médiane [AM] est issue de A, pas de B (l'angle droit). C'est la médiane issue de B qui vaut $\frac{AC}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 8.

1. **Réponse B.** L'abscisse est négative (-3, donc à gauche) et l'ordonnée est positive (5, donc en haut) : le point est en haut à gauche de l'origine.
   - A : erreur, en haut à droite correspondrait à $x > 0$ et $y > 0$.
   - C : erreur, en bas à gauche correspondrait à $x < 0$ et $y < 0$.
   - D : erreur, en bas à droite correspondrait à $x > 0$ et $y < 0$.
2. **Réponse B.** $M\left(\frac{2+4}{2} ; \frac{6+2}{2}\right) = (3 ; 4)$.
   - A (6 ; 8) : erreur d'addition sans division par 2 (on a calculé la somme, pas la moyenne).
   - C (2 ; 4) : erreur, on a calculé la différence des coordonnées.
   - D (1 ; 2) : erreur, on a divisé par 2 les écarts de coordonnées au lieu de faire la moyenne des coordonnées.
3. **Réponse C.** $CD = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$.
   - A (7) : erreur, on a additionné les coordonnées ($3 + 4 = 7$) au lieu de les mettre au carré.
   - B ($\sqrt{7}$) : erreur, on a oublié de mettre au carré avant d'additionner.
   - D (25) : erreur, on a oublié de prendre la racine carrée.
4. **Réponse B.** Un point sur l'axe des ordonnées a son abscisse égale à 0.
   - A : erreur, c'est l'inverse : c'est sur l'axe des **abscisses** que l'ordonnée est 0.

- C : rien n'impose que les coordonnées soient égales.
- D : c'est le cas uniquement pour l'origine O$(0\ ;\ 0)$.

5. **Réponse C.** 3 carreaux $\times 0{,}5 = 1{,}5$.
   - A (3) : erreur typique, on a compté les carreaux sans tenir compte du pas de graduation.
   - B $(0{,}5)$: erreur, on a confondu le pas de graduation avec l'abscisse.
   - D (6) : erreur, on a divisé 3 par 0,5 au lieu de multiplier.

Corrigé de l'exercice 9.

A. **Vrai.** Si $x = 0$, le point se trouve sur la droite verticale passant par l'origine, c'est-à-dire l'axe des ordonnées.

B. **Faux.** L'ordre des coordonnées compte : $(-2\ ;\ 3)$ et $(3\ ;\ -2)$ sont deux points différents. Le premier a une abscisse de -2 et une ordonnée de 3, le second a une abscisse de 3 et une ordonnée de -2.

C. **Vrai.** Le milieu est le point situé à égale distance de A et de B sur le segment [AB], donc il est toujours entre A et B.

D. **Vrai.** AB $= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 0$ implique $(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = 0$. La somme de deux carrés est nulle si et seulement si chaque terme est nul : $x_A = x_B$ et $y_A = y_B$.

E. **Faux.** La distance est $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$, pas 2. L'erreur vient du calcul $1 + 1 = 2$ sans mettre au carré et sans prendre la racine.

F. **Vrai.** En bas à gauche de l'origine, l'abscisse est négative (à gauche) et l'ordonnée est négative (en bas) : les deux coordonnées sont bien négatives.

G. **Vrai.** Milieu : $\left(\dfrac{-4+4}{2}\ ;\ \dfrac{2+(-2)}{2}\right) = (0\ ;\ 0) = \text{O}$.

H. **Faux.** Son abscisse peut être 3 ou -3, car le point $(-3\ ;\ 0)$ est aussi à 3 unités de l'origine sur l'axe des abscisses.