La proportionnalité

La proportionnalité est le fil rouge du collège : elle intervient dans les pourcentages, les vitesses, les échelles, les conversions et les recettes.

Exercice 1 ***Proportionnel ou non ?*** **(*6e–5e*).** Pour chaque tableau, dire si les grandeurs sont proportionnelles. Justifier en calculant les rapports.

1.

Nombre de cahiers	3	5	8
Prix total (€)	4,50	7,50	12

2.

Âge (ans)	5	10	15
Taille (cm)	110	140	165

3.

Côté du carré (cm)	2	4	6
Aire du carré (cm²)	4	16	36

Exercice 2 ***Appliquer plusieurs méthodes*** **(*5e–4e*).** 5 litres de peinture couvrent 40 m² de mur.

1. Par la méthode du retour à l'unité : combien de m² couvre 1 litre ? En déduire la surface couverte par 8 litres.

2. Par le coefficient de proportionnalité : quel est le coefficient qui permet de passer du volume à la surface ? Calculer la surface couverte par 8 litres.

3. Par la propriété de linéarité : en remarquant que 8 = 5 + 3, calculer d'abord la surface couverte par 3 litres, puis celle de 8 litres.

4. Par le produit en croix : poser l'égalité des rapports et calculer.

5. Quelle méthode trouves-tu la plus naturelle ? Pourquoi ?

Exercice 3 *Pourcentages* (*4e–3e*).

1. Un magasin propose une réduction de 15 % sur un pantalon à 80 €.
   a) Calculer le montant de la réduction.
   b) Calculer le prix après réduction.
   c) Retrouver ce résultat en multipliant 80 par le coefficient approprié.

2. Le prix d'un abonnement passe de 45 € à 54 €. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

3. Après une hausse de 20 %, un vélo coûte 360 €. Quel était son prix avant la hausse ?

Exercice 4 *Vitesse et distance* (*5e–4e*).

1. Un cycliste roule à une vitesse constante de 24 km/h.
   a) Quelle distance parcourt-il en 45 minutes ?
   b) Combien de temps lui faut-il pour parcourir 60 km ?

2. Un train parcourt 180 km en 1 h 30 min, puis 120 km en 1 h.
   a) Calculer la vitesse moyenne sur chaque tronçon.
   b) La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps sur l'ensemble du trajet ? Justifier.

Exercice 5 *Échelle d'un plan* (*5e–4e*). Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{250}$:

1. Une pièce mesure 6 cm de long sur le plan. Quelle est sa longueur réelle ?

2. La largeur réelle de la pièce est 3,75 m. Quelle est sa largeur sur le plan ?

3. L'aire de la pièce sur le plan est-elle proportionnelle à l'aire réelle ? Justifier.

Exercice 6 ***Proportionnel ou non ? Situations en contexte*** **(*4e–3e*).** Pour chaque situation, dire si les grandeurs sont proportionnelles ou non. Justifier.

1. Un taxi facture une prise en charge de 3,50 € plus 1,20 € par kilomètre. Le prix est-il proportionnel à la distance ?

2. Un robinet remplit une baignoire à débit constant de 12 litres par minute. Le volume d'eau est-il proportionnel au temps ?

3. Le nombre de parts de pizza et la quantité de pizza par personne (pour une pizza de taille fixe).

4. La longueur du côté d'un carré et son périmètre.

Exercice 7 *Problème de synthèse* (*4e–3e*). Une recette de crêpes pour 6 personnes nécessite : 250 g de farine, 4 œufs, 50 cL de lait et 30 g de beurre.

1. Calculer les quantités nécessaires pour 9 personnes en utilisant la méthode de ton choix.

2. On n'a que 3 œufs. Pour combien de personnes peut-on préparer la recette ?

3. Pour ce nombre de personnes, calculer les quantités de farine, de lait et de beurre.

4. Un camarade dit : « pour 9 personnes, il suffit d'ajouter les quantités de 6 personnes et 3 personnes. » A-t-il raison ? Justifier en vérifiant avec la farine.

Exercice 8 *QCM* (*5e–3e*). Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

1. 4 kg de tomates coûtent 6 €. Le prix de 10 kg est :

   A. 12 € **B.** 15 € **C.** 16 € **D.** 24 €

2. Un article coûte 80 €. Après une réduction de 25 %, le nouveau prix est :

   A. 55 € **B.** 60 € **C.** 65 € **D.** 20 €

3. Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{200}$, 4 cm sur le plan représentent en réalité :

   A. 80 cm **B.** 8 m **C.** 80 m **D.** 50 m

4. Un prix passe de 200 € à 250 €. Le pourcentage d'augmentation est :

   A. 20 % **B.** 25 % **C.** 50 % **D.** 125 %

5. Parmi ces situations, laquelle n'est pas une situation de proportionnalité ?

   A. Le prix de l'essence au litre
   B. Le périmètre d'un carré et son côté
   C. L'aire d'un carré et son côté
   D. La conversion km en m

Exercice 9 ***Vrai ou faux ?.*** Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier :

A. Si un tableau de proportionnalité contient les couples (2 ; 6) et (5 ; 15), alors le coefficient de proportionnalité est 3.

B. Si 3 kg de pommes coûtent 6 €, alors 6 kg coûtent 18 €.

C. Une augmentation de 50 % suivie d'une diminution de 50 % ramène au prix initial.

D. Le graphique d'une situation de proportionnalité est toujours une droite passant par l'origine.

E. Si on double le rayon d'un cercle, son périmètre double aussi.

F. Si on double le côté d'un carré, son aire double aussi.

G. Le produit en croix ne fonctionne que si la situation est proportionnelle.

H. Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{50\,000}$, 2 cm représentent 1 km.