MATHÉMATIQUES

Maîtriser le repérage dans le plan

Une fiche d'exercices pour repérer un point sur une droite, placer et lire des coordonnées, naviguer dans les quatre quadrants

Fiche de cours : Repérage.

① Pourquoi cette fiche ?

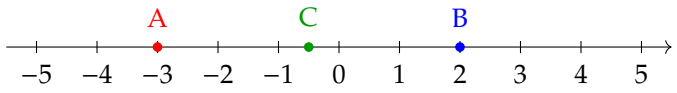
Repérer un point dans le plan, c'est lui associer un couple de nombres $(x\ ;\ y)$ qui décrivent sa position par rapport à deux axes orientés. Cette opération paraît élémentaire, mais elle accumule plusieurs difficultés : l'ordre des coordonnées (abscisse d'abord, ordonnée ensuite) doit être intériorisé ; les coordonnées négatives prolongent les difficultés des nombres relatifs et compliquent le placement dans les trois quadrants autres que le supérieur droit ; et lorsque le pas de graduation n'est pas 1, l'élève qui compte les graduations sans lire les valeurs commet des erreurs prévisibles.

Cette fiche aborde le repérage en deux temps. D'abord, le **repérage à une dimension** sur une droite graduée, où l'on consolide la lecture et le placement en présence de coordonnées négatives ou de graduations non unitaires. Ensuite, le **repérage à deux dimensions** dans un repère du plan, en travaillant les quatre quadrants, l'ordre des coordonnées et la lecture sur des graduations variées.

② Repérer un point sur une droite graduée

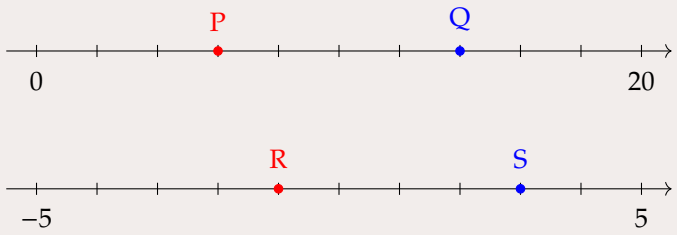
Rappel : une dimension d'abord

Avant de repérer dans le plan, on s'assure de savoir repérer sur une droite. Sur une droite graduée orientée vers la droite, chaque point a pour abscisse un nombre relatif. Plus on va à droite, plus l'abscisse est grande ; plus on va à gauche, plus elle est petite (et négative dès qu'on dépasse l'origine 0).



Exercice 1 *Lire une abscisse* À l'aide de la droite graduée ci-dessus, donner l'abscisse de chacun des points A, B et C.

Exercice 2 *Lire une graduation non unitaire* Sur les droites graduées ci-dessous, lire les abscisses des points repérés.



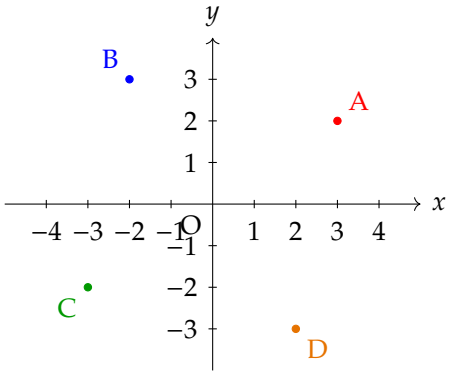
③ Le repère du plan

Rappel : abscisse d'abord, ordonnée ensuite

Un repère du plan est constitué de deux axes perpendiculaires se coupant en un point O appelé **origine**.

- L'**axe des abscisses** est l'axe horizontal, orienté vers la droite. Le nombre noté x se lit sur cet axe.
- L'**axe des ordonnées** est l'axe vertical, orienté vers le haut. Le nombre noté y se lit sur cet axe.

Tout point M du plan est repéré par un **couple de coordonnées** $(x\ ;\ y)$, l'**abscisse** d'abord, l'**ordonnée** ensuite. L'ordre n'est jamais inversé. Pour le retenir : on lit comme on écrit, de gauche à droite (horizontal d'abord), puis de bas en haut (vertical ensuite).
Astuce : on peut associer le mot « abscisse » à « axe horizontal » (les deux commencent par la lettre A et l'on parle d'*a*xe *a*bscisse).



Exercice 3 *Lire des coordonnées* À partir de la figure ci-dessus, donner les coordonnées des quatre points A, B, C, D, et indiquer dans quel quadrant chacun se trouve.

Exercice 4 *Démasquer l'inversion des coordonnées* Léa doit placer le point E(−4 ; 1) dans un repère. Elle place le point à l'intersection de l'axe horizontal au repère 1 et de l'axe vertical au repère −4. A-t-elle raison ? Sinon, expliquer son erreur et placer le point correctement.

④ Placer des points dans tous les quadrants

Rappel : les quatre quadrants, dont trois sont les plus difficiles

Les élèves placent souvent les points avec aisance dans le quadrant supérieur droit (toutes coordonnées positives). Les trois autres quadrants impliquent au moins une coordonnée négative, ce qui combine la difficulté du repérage avec celle des nombres relatifs.
Une procédure sûre : pour placer $(x\ ;\ y)$, partir de l'origine O, se déplacer horizontalement de $|x|$ unités (vers la droite si $x > 0$, vers la gauche si $x < 0$), puis verticalement de $|y|$ unités (vers le haut si $y > 0$, vers le bas si $y < 0$).

Exercice 5 *Quel quadrant ?* Pour chaque point, indiquer dans quel quadrant il se situe (ou s'il est sur un axe).

a) A(3 ; 5)
b) B(−2 ; 7)
c) C(−4 ; −1)
d) D(0 ; 3)
e) E(5 ; −2)
f) F(−1 ; 0)
g) G(−3 ; −3)
h) H(0 ; 0)
i) I(2 ; −5)

Exercice 6 *Placer puis nommer la figure* Dans un repère, placer les points P(2 ; 3), Q(−3 ; 3), R(−3 ; −2), S(2 ; −2).

a) Quel quadrilatère obtient-on en reliant ces points dans cet ordre ?
b) Calculer la longueur du segment [PQ].
c) Calculer la longueur du segment [QR].
d) Calculer le périmètre et l'aire du quadrilatère PQRS.

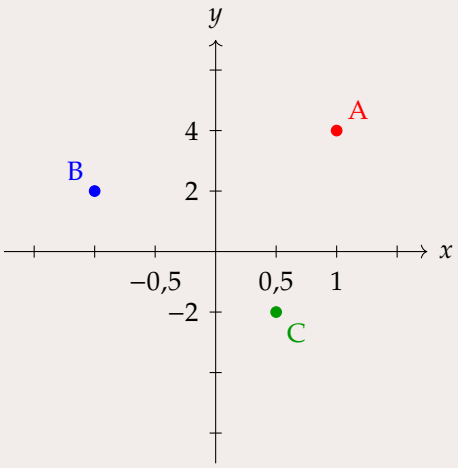
⑤ Graduations non unitaires

Rappel : lire la valeur, ne pas compter les graduations

Lorsque le pas de graduation n'est pas 1, l'élève qui compte mécaniquement les graduations commet des erreurs. La règle est de **déterminer d'abord la valeur d'un pas**, puis de l'utiliser pour lire ou placer chaque point.

Pour calculer la valeur d'un pas, on prend deux graduations dont la valeur est connue, on calcule l'écart entre ces valeurs et on le divise par le nombre de pas séparant les deux graduations.

Exercice 7 *Lire avec un pas non unitaire* Sur le repère ci-dessous, l'axe des abscisses est gradué tous les 0,5 et l'axe des ordonnées tous les 2. Lire les coordonnées des points A, B, C.



⑥ Distances, milieux et symétries

Rappel : quelques calculs courants

Sur un repère du plan, plusieurs calculs reviennent souvent.
Milieu d'un segment [AB] **avec** $A(x_A\ ;\ y_A)$ **et** $B(x_B\ ;\ y_B)$**.**

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

Distance AB **(par Pythagore appliqué au triangle rectangle de côtés** $|x_B - x_A|$ **et** $|y_B - y_A|$**).**

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Symétriques. Le symétrique de $M(x\ ;\ y)$ par rapport à l'axe des abscisses est $(x\ ;\ -y)$. Par rapport à l'axe des ordonnées, c'est $(-x\ ;\ y)$. Par rapport à l'origine, c'est $(-x\ ;\ -y)$.

Exercice 8 *Calculs en repère* On place dans un repère les points A$(-1\ ;\ 2)$, B$(3\ ;\ -1)$ et C$(5\ ;\ 4)$.

a) Calculer les coordonnées du milieu M de [AB].

b) Calculer la longueur AB.

c) Calculer la longueur AC.

d) Donner les coordonnées du symétrique A′ de A par rapport à l'axe des abscisses, puis celles du symétrique A′′ de A par rapport à l'origine.

⑦ Pour s'auto-évaluer

Rappel : cinq questions à se poser

Avant et pendant un exercice de repérage, prendre l'habitude de se poser ces cinq questions.

- Ai-je bien lu (ou écrit) les coordonnées dans l'ordre $(x\ ;\ y)$, abscisse d'abord ?
- Mon point a-t-il une coordonnée négative ? Si oui, dans quelle direction se déplacer à partir de l'origine ?
- Quel est le pas de graduation sur chaque axe ? Suis-je en train de compter les graduations ou de lire les valeurs ?
- Pour calculer une distance, ai-je bien utilisé Pythagore avec les écarts $|x_B - x_A|$ et $|y_B - y_A|$?
- Mon résultat est-il vraisemblable, en plaçant mentalement les points dans le repère ?

Solutions des exercices

Corrigé de l'exercice 1. A a pour abscisse -3 ; B a pour abscisse 2 ; C a pour abscisse $-0{,}5$.

Corrigé de l'exercice 2. **Première droite** : l'écart entre 0 et 20 est divisé en 10 parts égales, chacune valant 2. P est à 3 pas après 0, donc P = 6. Q est à 7 pas après 0, donc Q = 14.

Deuxième droite : l'écart entre -5 et 5 est divisé en 10 parts égales, chacune valant 1. R est à 4 pas après -5, donc R = -1. S est à 8 pas après -5, donc S = 3.

Erreur classique : compter les graduations comme s'il s'agissait d'unités, sans tenir compte de la valeur du pas. La méthode sûre est de calculer d'abord la valeur d'un pas, puis de l'utiliser pour situer chaque point.

Corrigé de l'exercice 3.

- A(3 ; 2) est dans le quadrant I (abscisse positive, ordonnée positive).
- B(-2 ; 3) est dans le quadrant II (abscisse négative, ordonnée positive).
- C(-3 ; -2) est dans le quadrant III (abscisse négative, ordonnée négative).
- D(2 ; -3) est dans le quadrant IV (abscisse positive, ordonnée négative).

Corrigé de l'exercice 4. **Non.** Léa a inversé l'ordre des coordonnées. Dans le couple (-4 ; 1), -4 est l'abscisse (à lire sur l'axe horizontal) et 1 est l'ordonnée (à lire sur l'axe vertical). Le point correct est donc à l'intersection de l'axe horizontal au repère -4 et de l'axe vertical au repère 1 : il se situe dans le quadrant II. La règle est de lire toujours l'abscisse en premier, l'ordonnée en second.

Corrigé de l'exercice 5.

a) Quadrant I.

b) Quadrant II.

c) Quadrant III.

d) Sur l'axe des ordonnées (abscisse nulle).

e) Quadrant IV.

f) Sur l'axe des abscisses (ordonnée nulle).

g) Quadrant III.

h) L'origine O.

i) Quadrant IV.

Corrigé de l'exercice 6.

a) P et Q ont la même ordonnée (3), ils sont sur une même horizontale. R et S ont la même ordonnée (-2). P et S ont la même abscisse (2), ils sont sur une même verticale ; Q et R aussi (abscisse -3). Le quadrilatère PQRS est un **rectangle** (côtés parallèles aux axes, angles droits).

b) PQ = écart d'abscisses entre 2 et -3 = $2-(-3)=5$.

c) QR = écart d'ordonnées entre 3 et -2 = $3-(-2)=5$.

d) Comme PQ = QR = 5, PQRS est en fait un **carré** de côté 5. Périmètre = $4\times 5=20$; aire = $5^2=25$.

Corrigé de l'exercice 7. Sur l'axe des abscisses, deux graduations consécutives sont distantes de 0,5. Sur l'axe des ordonnées, deux graduations consécutives sont distantes de 2.

- A : 2 pas à droite (donc $x=1$) et 2 pas vers le haut (donc $y=4$). Coordonnées : A(1 ; 4).
- B : 2 pas à gauche ($x=-1$) et 1 pas vers le haut ($y=2$). Coordonnées : B(-1 ; 2).
- C : 1 pas à droite ($x=0{,}5$) et 1 pas vers le bas ($y=-2$). Coordonnées : C(0,5 ; -2).

Corrigé de l'exercice 8.

a) $\mathrm{M}\left(\dfrac{-1+3}{2}\ ;\ \dfrac{2+(-1)}{2}\right)=\mathrm{M}(1\ ;\ 0{,}5)$.

b) $\mathrm{AB}=\sqrt{(3-(-1))^2+(-1-2)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$.

c) $\mathrm{AC}=\sqrt{(5-(-1))^2+(4-2)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}\approx 6{,}3$.

d) A'(-1 ; -2) (on change le signe de l'ordonnée). A''(1 ; -2) (on change le signe des deux coordonnées).