MATHÉMATIQUES

Maîtriser les nombres relatifs

Une fiche d'exercices pour donner du sens aux nombres négatifs et au signe « − »

Fiche de cours : Nombres relatifs.

① Pourquoi cette fiche ?

Les nombres relatifs étendent l'univers des nombres au-delà des entiers naturels. Cette extension est plus délicate qu'il n'y paraît : certaines règles familières des entiers (par exemple « plus un nombre a de chiffres, plus il est grand », ou « soustraire rend plus petit ») cessent d'être valables. Le signe « − », quant à lui, joue plusieurs rôles distincts qu'il faut apprendre à distinguer pour calculer correctement.

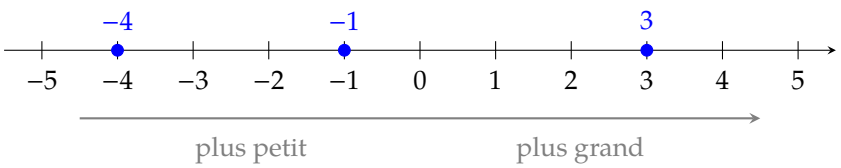
Cette fiche aborde les nombres relatifs sous deux angles indissociables. D'abord, le **sens du nombre** : comparer, situer sur une droite graduée, interpréter dans des contextes concrets, accepter qu'un résultat négatif puisse être la bonne réponse. Ensuite, la **maîtrise du signe moins** dans les expressions littérales : reconnaître ses différents rôles, supprimer correctement les parenthèses, réduire des sommes algébriques.

② Comparer et ranger les nombres relatifs

Rappel : un piège de l'intuition héritée des entiers

Avec les entiers naturels, plus un nombre a de chiffres, plus il est grand : $123 > 45$. Avec les nombres négatifs, l'intuition s'inverse : $-123 < -45$. La règle est la suivante.

- Sur une droite graduée orientée de la gauche vers la droite, plus un nombre est situé à droite, plus il est grand.
- Tout nombre positif est strictement supérieur à tout nombre négatif.
- Pour deux nombres négatifs, c'est celui dont la valeur absolue est la plus petite qui est le plus grand : $-3 > -7$ parce que -3 est plus à droite que -7.



Exercice 1 *Vrai ou faux* Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant à l'aide d'une droite graduée mentale.

a) $-5 < -3$ b) $-7 > -2$ c) $0 > -1$

d) $-100 < 1$ e) $-1 < -10$ f) $-3 > 0$

Exercice 2 *Ranger dans l'ordre croissant* Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant.

a) -5 ; 3 ; -2 ; 0 ; 7 ; -8

b) $-1{,}5$; -3 ; 0 ; 1 ; -1

c) -12 ; -7 ; -20 ; -3 ; -15

Exercice 3 *Trouver un nombre* Donner, dans chaque cas, un exemple de nombre relatif vérifiant la condition demandée.

a) Un nombre relatif strictement compris entre -5 et -3.

b) Trois nombres relatifs strictement inférieurs à -2.

c) Le plus grand nombre entier relatif strictement inférieur à 0.

d) Un nombre relatif compris entre $-0{,}5$ et 0.

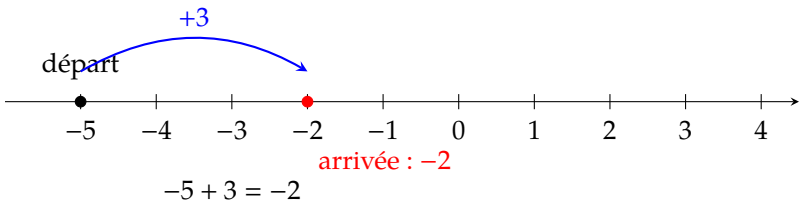
③ Visualiser sur la droite graduée

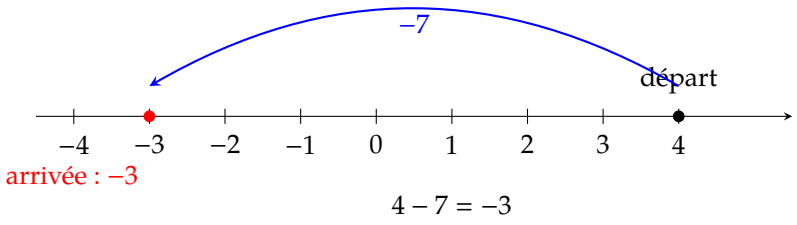
Rappel : le signe moins comme déplacement

Sur une droite graduée orientée vers la droite :

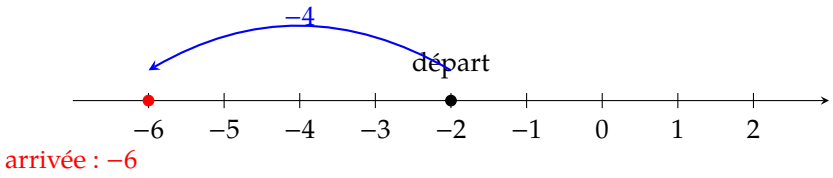
- ajouter un nombre positif revient à se déplacer vers la **droite** ;
- soustraire un nombre positif revient à se déplacer vers la **gauche**.

Ainsi, $-5+3$ se lit « partir de -5 et avancer de 3 vers la droite », ce qui donne -2. La droite graduée permet d'unifier toutes les situations : addition, soustraction, départ positif ou négatif.





$4 - 7 = -3$



$-2 - 4 = -6$

Exercice 4 *Lire sur la droite graduée* Effectuer chacun des calculs suivants en s'appuyant sur la droite graduée. Préciser dans chaque cas le point de départ et le sens du déplacement.

a) $-3 + 5$ b) $2 - 7$ c) $-4 - 3$

d) $-1 + 6$ e) $5 - 9$ f) $-2 - 5$

Exercice 5 *Comparer deux calculs voisins* Sans calculatrice, effectuer chaque calcul, puis comparer les deux résultats à l'intérieur de chaque ligne.

a) $-5 + 3$ et $5 - 3$

b) $-2 - 7$ et $2 - 7$

c) $-6 + 4$ et $-4 + 6$

Que peut-on en déduire sur l'importance du signe attaché au premier terme ?

④ Les nombres relatifs dans la vie courante

Rappel : donner du sens à un nombre négatif

Les nombres relatifs servent à décrire des situations où l'on doit distinguer deux directions opposées par rapport à une référence. Quelques exemples typiques sont les suivants.

- Une température au-dessus ou au-dessous de 0 °C.
- Une altitude au-dessus ou au-dessous du niveau de la mer.
- Un étage situé au-dessus ou en sous-sol par rapport au rez-de-chaussée.
- Un solde bancaire positif (en avoir) ou négatif (en dette).

Dans chacun de ces contextes, le nombre 0 joue le rôle de référence, et le signe d'un nombre indique de quel côté de cette référence on se situe.

Exercice 6 *Températures*

a) À Paris, il fait $-3\,°C$ ce matin. Au cours de la journée, la température monte de $8\,°C$. Quelle est la température en début d'après-midi ?

b) À Moscou, la température est de $-12\,°C$ en début de soirée. Pendant la nuit, elle baisse encore de $7\,°C$. Quelle est la température minimale atteinte ?

c) À midi, il fait $-8\,°C$ à Reykjavik et $12\,°C$ à Marseille. Quel est l'écart de température entre les deux villes ?

Exercice 7 *Ascenseur d'immeuble* Un immeuble possède plusieurs sous-sols (numérotés -1, -2, -3, etc.) et plusieurs étages au-dessus du rez-de-chaussée (numérotés 1, 2, 3, etc.). Le rez-de-chaussée est le niveau 0.

a) Une personne entre dans l'ascenseur au niveau -2 et monte de 5 étages. À quel niveau arrive-t-elle ?

b) Une autre personne part du 4^{e} étage et descend jusqu'au niveau -3. Combien d'étages a-t-elle parcourus ?

c) Une troisième personne part du niveau -1, monte de 6 étages, puis redescend de 4 étages. À quel niveau termine-t-elle ?

Exercice 8 *Solde bancaire*

a) Le solde du compte de Léa est de $-45\,€$. Léa effectue un dépôt de $120\,€$. Quel est son nouveau solde ?

b) Le solde du compte de Karim est de $80\,€$. Il effectue trois retraits successifs de $30\,€$, $60\,€$ et $20\,€$. Quel est son solde final ? Que signifie ce résultat dans le contexte ?

Exercice 9 *Altitude*

a) Le point le plus bas du lac Assal, à Djibouti, est à l'altitude -155 m (au-dessous du niveau de la mer). Le sommet du Kilimandjaro culmine à 5 895 m. Calculer la différence d'altitude entre ces deux points.

b) Un sous-marin se trouve à l'altitude -450 m. Il remonte de 300 m. À quelle altitude est-il alors ?

⑤ Reconnaître les rôles du signe moins

Rappel : les trois rôles du signe moins

Le signe « − » peut jouer trois rôles distincts.

- **Signe d'un nombre négatif :** placé devant un nombre ou une lettre, il indique que ce nombre est négatif, comme dans -3 ou $-2x$.
- **Signe de soustraction :** placé entre deux termes, il indique une soustraction, comme dans $7 - 4$.
- **Opposé d'une expression :** placé devant une parenthèse, il indique qu'on prend l'opposé de l'expression entre parenthèses, comme dans $-(2a - 5)$.

Un même signe « − » peut, selon sa position, jouer l'un ou l'autre de ces rôles. Apprendre à les reconnaître est essentiel pour mener correctement les calculs.

Rappel : lire à voix haute pour identifier le rôle

La manière dont on prononce une expression révèle la conception qu'on en a. Pour identifier le rôle d'un signe moins, on peut s'entraîner à lire l'expression à voix haute en nommant l'opération sous-jacente.

- Pour $-5 + 8$, on dit « la somme du nombre -5 et du nombre 8 » (le signe moins est le signe du nombre 5) ;
- pour $7 - 4$, on dit « la différence de 7 et 4 » (le signe moins est le signe de la soustraction) ;
- pour $-(2a + 3)$, on dit « l'opposé de l'expression $2a + 3$ » (le signe moins indique qu'on prend l'opposé).

Exercice 10 *Identifier le rôle d'un signe moins* Chaque expression ci-dessous contient un seul signe moins. Indiquer le rôle qu'il joue parmi les trois suivants : signe d'un nombre négatif, signe de soustraction, ou opposé d'une expression. Justifier la réponse en une phrase.

a) $7 - 4$ b) $-5 + 8$ c) $3x - 8$

d) $-(2a + 3)$ e) $-\dfrac{2}{3}$ f) $-(y + 5)$

Exercice 11 *Plusieurs signes moins dans une même expression* On considère l'expression

$$-3a - (4a - 5b) - 7.$$

Cette expression contient quatre signes moins. En les numérotant de 1 à 4 dans l'ordre où ils apparaissent (de gauche à droite), identifier le rôle de chacun.

Exercice 12 *Construire ses propres exemples* Cet exercice se fait sans calcul.

a) Donner un exemple d'expression contenant un seul signe moins, qui soit le signe d'un nombre négatif.

b) Donner un exemple d'expression contenant un seul signe moins, qui soit le signe d'une soustraction.

c) Donner un exemple d'expression contenant un seul signe moins, qui indique l'opposé d'une expression.

d) Donner un exemple d'expression dans laquelle on rencontre les trois rôles à la fois. Préciser, pour chaque signe moins, le rôle qu'il joue.

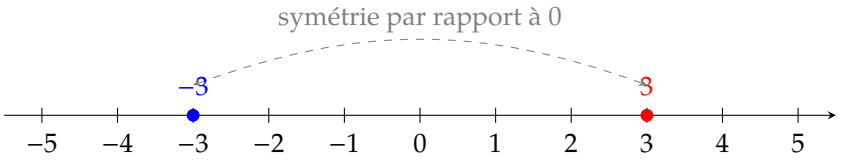
6 L'opposé d'un nombre

Rappel : définir l'opposé

L'**opposé** d'un nombre a est le nombre, noté $-a$, tel que $a+(-a)=0$. Sur la droite graduée, l'opposé d'un nombre est son symétrique par rapport à l'origine 0.

- L'opposé d'un nombre positif est négatif : l'opposé de 7 est -7.
- L'opposé d'un nombre négatif est positif : l'opposé de -3 est 3, ce qui s'écrit $-(-3)=3$.
- L'opposé de 0 est 0 lui-même.

Attention : la notation $-a$ ne désigne pas nécessairement un nombre négatif. Si a vaut -3, alors $-a$ vaut 3, qui est positif. Le signe « − » de la notation $-a$ est un signe d'opposition, pas un signe de négativité.



Exercice 13 *Donner l'opposé* Donner l'opposé de chacun des nombres suivants.

a) 7 b) -3 c) 0

d) -12 e) $\frac{1}{2}$ f) $-\frac{2}{3}$

g) $-(-5)$ h) $-1{,}25$ i) 4,5

Exercice 14 *Vrai ou faux sur l'opposé* Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

a) L'opposé d'un nombre est toujours un nombre négatif.

b) L'opposé de l'opposé d'un nombre est ce nombre lui-même.

c) Si a est négatif, alors $-a$ est positif.

d) La notation $-a$ représente toujours un nombre négatif.

e) $-(-(-5)) = 5$.

Exercice 15 *Démêler les notations* Pour chacune des notations suivantes, indiquer si elle représente un nombre positif, un nombre négatif, ou si l'on ne peut pas le savoir sans information supplémentaire.

a) -7

b) $-(-3)$

c) $-x$ avec $x > 0$

d) $-x$ avec $x < 0$

e) $-x$ sans information sur x

f) $-(-(-2))$

⑦ Démasquer les parenthèses fantômes

Rappel : l'erreur à éviter

Face à $20 + 8 - 7n - 5n$, certains élèves regroupent ainsi :

$$20 + 8 - 7n - 5n \;=\; 28 - (7n - 5n) \;=\; 28 - 2n.$$

Ce raisonnement est incorrect. Les parenthèses ajoutées n'existent pas dans l'expression de départ et leur introduction transforme $-5n$ en $+5n$, ce qui fausse le résultat.

Exercice 16 *Démasquer l'erreur* Voici quatre transformations d'expressions effectuées par des élèves. Pour chacune, dire si la transformation est correcte et justifier. Si elle est incorrecte, nommer précisément l'erreur commise et donner le calcul juste.

a) $4 - 6n - 4n = 4 - (6n - 4n) = 4 - 2n$

b) $4 - 6n - 4n = 4 + (-6n) + (-4n) = 4 - 10n$

c) $15 - 9y - 4y + 10 = 25 - 9y - 4y = 25 - 13y$

d) $6 - 5a - 3 - 4a = (6 - 3) - (5a - 4a) = 3 - a$

Exercice 17 *Réduire en gardant les bons signes* Réduire chacune des expressions suivantes. On veillera à conserver le signe attaché à chaque terme et à présenter une étape intermédiaire qui regroupe les termes semblables.

a) $4 - 6n - 4n$ b) $20 + 8 - 7n - 5n$ c) $15 - 9y - 4y + 10$

d) $6 - 5a - 3 - 4a$ e) $-12 - 7x - 5 - 3x$ f) $9 + 4t - 6 - 7t - 2t$

⑧ La règle des signes : où l'utiliser, où l'éviter

Rappel : une règle, un seul contexte

La règle « moins par moins donne plus » concerne uniquement la **multiplication** (et la division). Elle ne s'applique **jamais** à l'addition ou à la soustraction. La confusion entre ces deux contextes est l'une des erreurs les plus persistantes en algèbre élémentaire.

Exercice 18 *Multiplication ou addition ?* Pour chacun des calculs suivants, indiquer s'il s'agit d'une addition ou d'une multiplication, puis donner le résultat.

a) $-6 \times (-4)$ b) $-6 - 4$ c) $-3 + (-5)$

d) $-3 \times (-5)$ e) $-7 - (-2)$ f) $-7 \times (-2)$

Exercice 19 *Pourquoi cette règle ne s'applique-t-elle pas ici ?* Voici trois calculs effectués par un élève. Pour chacun, indiquer si le calcul est correct. Si ce n'est pas le cas, expliquer pourquoi la règle invoquée ne s'applique pas dans ce contexte, puis donner le résultat juste.

a) $-9y - 4y = +13y$ (*« moins par moins donne plus »*)

b) $-9 \times (-4) = +36$ (*« moins par moins donne plus »*)

c) $-6 - 5 = +11$ (*« moins par moins donne plus »*)

Exercice 20 *Fluence sur la règle des signes* Effectuer mentalement les multiplications et divisions suivantes.

a) $(-3) \times 4$ b) $5 \times (-7)$ c) $(-6) \times (-2)$ d) $(-8) \times (-3)$

e) $(-9) \times 0$ f) $\dfrac{-20}{4}$ g) $\dfrac{-15}{-3}$ h) $\dfrac{12}{-6}$

⑨ Le signe se rattache au terme qui suit

Rappel : lecture orientée d'une expression littérale

Dans une expression littérale, chaque terme est précédé de son propre signe. Le signe « − » qui apparaît entre deux termes appartient au terme qui le **suit**, jamais à celui qui le précède.
Dans $6y - 20 + 3y - 12$, les quatre termes sont : $+6y$; -20 ; $+3y$; -12. Le signe « − » devant 20 ne porte aucune information sur $6y$; il indique seulement que le terme suivant est -20.

Exercice 21 *Lister les termes signés* Pour chacune des expressions littérales suivantes, lister les termes accompagnés de leur signe. On rappelle que le signe « + » d'un terme initial est sous-entendu mais bien présent.

a) $6y - 20 + 3y - 12$ b) $-5x + 7 - 2x - 3$ c) $-a - b + c - d$ d) $4 - 6n - 4n$

Exercice 22 *Le zéro implicite* Un signe moins en tête d'expression peut toujours être interprété comme une soustraction à partir d'un zéro sous-entendu. Ainsi, $-5 + 8$ se réécrit $0 - 5 + 8$: cette transformation rend visible la soustraction sous-jacente entre 0 et 5, et confirme que le terme initial est bien -5.

Pour chacune des expressions suivantes, ajouter un 0 en tête, puis donner la liste des termes signés.

a) $-7 + 3$ b) $-2x + 5y$ c) $-a - b + 4$ d) $-3 - 5 + 9$

Exercice 23 *Lire dans le bon sens* On considère l'expression $7 - 13$. Un élève écrit :

$$7 - 13 = 13 - 7 = 6.$$

a) Cette transformation est-elle correcte ? Expliquer pourquoi en s'appuyant sur le rôle du signe moins.

b) Donner la valeur exacte de $7 - 13$.

c) Le même élève écrit : $2x - 7 - 6x - 4 = 4x - 11$. Identifier précisément l'erreur, puis donner le résultat correct en présentant la liste des termes signés.

10 Le signe moins comme opposé d'une expression

Rappel : prendre l'opposé d'une expression entre parenthèses

Lorsqu'un signe moins précède une parenthèse, comme dans $-(2a-5b+3c)$, il joue le rôle d'opposé. Pour supprimer les parenthèses, on change le signe de chaque terme contenu dans la parenthèse :

$$-(2a-5b+3c) = -2a+5b-3c.$$

Exercice 24 *Supprimer les parenthèses précédées d'un signe moins* Supprimer les parenthèses dans chacune des expressions suivantes, en prenant garde au rôle de chaque signe moins.

a) $-(3x+5)$ b) $-(4a-7)$ c) $-(2y-3z+1)$

d) $-(-a+b-c)$ e) $7-(x-4)$ f) $2a-(4a-5b+2c)$

11 Synthèse : réductions guidées

Rappel : le double visage du signe moins

Dans une expression comme $-4-3$, le deuxième signe moins joue en réalité **deux rôles à la fois**.

- Il est le **signe d'une soustraction** : il sépare les deux termes -4 et 3.
- Il est aussi le **signe d'un nombre négatif** : réduire $-4-3$ revient à additionner les termes signés -4 et -3, donc à faire de 3 un terme négatif.

Autrement dit, $-4-3=(-4)+(-3)=-7$. Reconnaître ce double rôle marque le passage à un usage maîtrisé du signe moins : on ne traite plus « moins » comme une instruction de soustraction, mais comme le signe d'un terme dans une addition.

Exercice 25 *Réécrire en additions de termes signés* Pour chacune des expressions suivantes, réécrire le calcul sous forme d'addition de termes signés (avec parenthèses), puis donner le résultat. On suivra le modèle : $-4-3=(-4)+(-3)=-7$.

a) $-7-2$ b) $5-9$ c) $-3+8$

d) $-6-4$ e) $10-15$ f) $-2-8$

Exercice 26 *Réductions progressives* Réduire chacune des expressions littérales suivantes. On rédigera en suivant le modèle :

1. Réécrire chaque terme avec son signe.
2. Regrouper les termes semblables sans modifier les signes.
3. Effectuer les additions de termes semblables.

a) $4n - 3n$ b) $-5x + 2x - 7x$ c) $4 - 6n - 4n + 9$
d) $-15 - 9y - 4y + 10$ e) $6y - 20 + 3y - 12 + y$ f) $-3a - 4 + 5a - 7 - 2a + 1$

Exercice 27 *Pour aller plus loin* Réduire chacune des expressions suivantes après avoir supprimé les parenthèses. On précisera, pour chaque signe moins de l'expression initiale, s'il est le signe d'un nombre négatif, le signe d'une soustraction, ou s'il indique l'opposé d'une expression entre parenthèses.

a) $5x - (3x - 7) + 2$ b) $-(2a + 5) - (3a - 4)$
c) $4y - (y - 3) - (2y + 5)$ d) $-(-3n + 7) + (5n - 2) - (n + 4)$

12 Accepter les résultats négatifs

Rappel : un résultat négatif est aussi une réponse

Dans un problème, un résultat négatif n'est pas une erreur : il est une information à interpréter. Un solde de -30 € signifie une dette de 30 €. Une température de -5 °C signifie cinq degrés sous zéro. Une altitude de -150 m signifie une profondeur de 150 m sous le niveau de la mer. La valeur -7 peut parfaitement être la solution d'une équation. Refuser un nombre négatif comme conclusion, c'est se priver d'une partie du sens du problème.

Exercice 28 *Calculer puis interpréter* Pour chaque problème, effectuer le calcul puis interpréter le résultat dans le contexte donné.

a) Marc avait 25 € sur son compte. Il dépense 40 € avec sa carte bancaire. Quel est son nouveau solde ? Que signifie ce résultat ?

b) En montagne, la température était de -2 °C ce matin. Elle a baissé de 5 °C dans la journée. Quelle est la température en fin de journée ? Que signifie ce résultat ?

c) Une plongeuse se trouve à l'altitude -12 m. Elle descend encore de 8 m. Quelle est sa nouvelle altitude ? Que signifie ce résultat ?

d) Trouver le nombre x tel que $x + 12 = 5$. Le résultat est-il positif ou négatif ? Pouvait-on le prévoir avant de calculer ?

Exercice 29 *Soustraire ne rend pas toujours plus petit*

a) Effectuer chacun des calculs suivants : $5 - 3$; $5 - (-3)$; $-5 - 3$; $-5 - (-3)$.

b) Dans lesquels de ces calculs le résultat est-il *plus grand* que le premier nombre ? Comment l'expliquer ?

13 Pour s'auto-évaluer

Rappel : cinq questions à se poser

Avant de simplifier une expression ou d'interpréter un résultat, prendre l'habitude de se poser ces cinq questions.

- Quels sont les termes de l'expression et quel signe est attaché à chacun ?
- Y a-t-il des parenthèses précédées d'un signe moins (opposé d'une expression) à supprimer ?
- Suis-je en train d'introduire une parenthèse qui n'existe pas dans l'expression initiale ?
- Suis-je en train d'appliquer la règle des signes à une addition au lieu d'une multiplication ?
- Suis-je en train de transposer une intuition héritée des entiers naturels (« plus de chiffres = plus grand », « soustraire rend plus petit ») à des nombres relatifs où elle ne tient plus ?

Solutions des exercices

Corrigé de l'exercice 1.

a) **Vrai.** -5 est plus à gauche que -3 sur la droite graduée, donc $-5 < -3$.

b) **Faux.** -7 est plus à gauche que -2, donc $-7 < -2$. L'erreur consiste à comparer 7 et 2 comme s'il s'agissait d'entiers naturels.

c) **Vrai.** Tout nombre négatif est strictement inférieur à 0, donc $-1 < 0$ et $0 > -1$.

d) **Vrai.** Tout nombre négatif est strictement inférieur à tout nombre positif.

e) **Faux.** -10 est plus à gauche que -1, donc $-10 < -1$ et $-1 > -10$. C'est de nouveau l'erreur consistant à transposer la règle des entiers naturels.

f) **Faux.** -3 est négatif, donc strictement inférieur à 0.

Corrigé de l'exercice 2.

a) $-8 < -5 < -2 < 0 < 3 < 7$.

b) $-3 < -1{,}5 < -1 < 0 < 1$.

c) $-20 < -15 < -12 < -7 < -3$. Pour ranger des nombres tous négatifs, on commence par celui dont la valeur absolue est la plus grande.

Corrigé de l'exercice 3. Plusieurs réponses sont possibles dans la plupart des cas.

a) Par exemple -4, ou $-3{,}5$, ou $-4{,}2$.

b) Par exemple -3, -5 et -10. On peut aussi citer $-2{,}1$, -100, etc.

c) C'est -1. Tout autre entier négatif (-2, -3, etc.) est strictement plus petit que -1.

d) Par exemple $-0{,}1$, ou $-0{,}25$, ou $-0{,}4$.

Corrigé de l'exercice 4.

a) Partir de -3, avancer de 5 vers la droite : on arrive en 2.

b) Partir de 2, reculer de 7 vers la gauche : on arrive en -5.

c) Partir de -4, reculer de 3 vers la gauche : on arrive en -7.

d) Partir de -1, avancer de 6 vers la droite : on arrive en 5.

e) Partir de 5, reculer de 9 vers la gauche : on arrive en -4.

f) Partir de -2, reculer de 5 vers la gauche : on arrive en -7.

Corrigé de l'exercice 5.

a) $-5 + 3 = -2$ et $5 - 3 = 2$. Les deux résultats sont opposés.

b) $-2 - 7 = -9$ et $2 - 7 = -5$. Les deux résultats sont distincts.

c) $-6 + 4 = -2$ et $-4 + 6 = 2$. Les deux résultats sont opposés.

Conclusion : le signe attaché au premier terme est essentiel. Échanger les nombres sans emporter leurs signes peut modifier le résultat ; un terme déplacé avec son signe, lui, ne change rien à la somme.

Corrigé de l'exercice 6.

a) En début d'après-midi, la température est $-3 + 8 = 5$. Il fait donc 5 °C.

b) La température minimale est $-12 - 7 = -19$. Il fait donc −19 °C au plus froid.

c) L'écart est $12 - (-8) = 12 + 8 = 20$. L'écart de température est de 20 °C.

Corrigé de l'exercice 7.

a) Arrivée : $-2 + 5 = 3$. La personne arrive au 3^{e} étage.

b) Distance parcourue : $4 - (-3) = 4 + 3 = 7$. Elle a parcouru 7 étages.

c) Niveau final : $-1 + 6 - 4 = 5 - 4 = 1$. Elle termine au 1er étage.

Corrigé de l'exercice 8.

a) Solde : $-45 + 120 = 75$. Le nouveau solde est de 75 €.

b) Solde : $80 - 30 - 60 - 20 = -30$. Karim termine avec un solde de −30 €, ce qui signifie que son compte est à découvert et qu'il doit 30 € à la banque.

Corrigé de l'exercice 9.

a) Différence : $5\,895 - (-155) = 5\,895 + 155 = 6\,050$ m.

b) Altitude finale : $-450 + 300 = -150$ m. Le sous-marin est encore à 150 m au-dessous du niveau de la mer.

Corrigé de l'exercice 10.

a) **Signe de soustraction.** Le signe moins sépare deux termes et indique la différence de 7 et 4.

b) **Signe d'un nombre négatif.** Le signe moins est en tête de l'expression : il signe le nombre 5 comme négatif. L'expression se lit « la somme du nombre −5 et du nombre 8 ».

c) **Signe de soustraction.** Le signe moins sépare les termes $3x$ et 8 : c'est une soustraction.

d) **Opposé d'une expression.** Le signe moins est placé devant une parenthèse : il indique qu'on prend l'opposé de l'expression $2a + 3$.

e) **Signe d'un nombre négatif.** Le signe moins est en tête de la fraction : il signe la fraction $\frac{2}{3}$ comme négative.

f) **Opposé d'une expression.** Le signe moins est placé devant une parenthèse : il indique l'opposé de l'expression $y + 5$.

Corrigé de l'exercice 11.

(1) Le premier signe moins est en tête de l'expression : il est le **signe du nombre** $3a$ et indique que le terme est négatif.

(2) Le deuxième signe moins précède une parenthèse : il indique qu'on prend l'**opposé** de l'expression $4a - 5b$.

(3) Le troisième signe moins se trouve à l'intérieur de la parenthèse, entre $4a$ et $5b$: c'est le **signe d'une soustraction**.

(4) Le quatrième signe moins se trouve entre la parenthèse et le terme 7 : c'est également le **signe d'une soustraction**.

À retenir : dans une même expression, le signe moins peut changer de rôle selon sa position. C'est ce qui rend son usage exigeant.

Corrigé de l'exercice 12. Plusieurs réponses sont possibles. Voici un exemple correct dans chaque cas.

a) $-3 + 8$ ou $-x + 5$: le signe moins en tête est le signe du premier terme, qui est négatif.

b) $7 - 4$ ou $5x - 2$: le signe moins est le signe de la soustraction entre les deux termes.

c) $-(a+b)$ ou $-(2x+1)$: le signe moins devant la parenthèse indique l'opposé de l'expression entre parenthèses.

d) Par exemple : $-2a - (3a - 5)$. Le premier signe moins est le signe du terme $2a$ (terme négatif), le deuxième indique l'opposé de l'expression $(3a - 5)$, et le troisième est le signe de la soustraction entre $3a$ et 5 à l'intérieur de la parenthèse.

Corrigé de l'exercice 13.

a) L'opposé de 7 est -7.

b) L'opposé de -3 est 3.

c) L'opposé de 0 est 0.

d) L'opposé de -12 est 12.

e) L'opposé de $\frac{1}{2}$ est $-\frac{1}{2}$.

f) L'opposé de $-\frac{2}{3}$ est $\frac{2}{3}$.

g) Comme $-(-5) = 5$, son opposé est -5.

h) L'opposé de $-1{,}25$ est $1{,}25$.

i) L'opposé de $4{,}5$ est $-4{,}5$.

Corrigé de l'exercice 14.

a) **Faux.** L'opposé d'un nombre négatif est positif. Par exemple, l'opposé de -3 est 3.

b) **Vrai.** Pour tout nombre a, on a $-(-a) = a$. Géométriquement, prendre deux fois le symétrique par rapport à 0 ramène au point initial.

c) **Vrai.** Si $a < 0$, alors le symétrique de a par rapport à 0 est strictement positif, donc $-a > 0$.

d) **Faux.** La lettre a peut elle-même désigner un nombre négatif, et dans ce cas $-a$ est positif. La notation $-a$ ne fixe pas le signe de $-a$: elle dépend de la valeur de a.

e) **Faux.** On calcule de l'intérieur vers l'extérieur : $-(-5) = 5$, puis $-(5) = -5$. Donc $-(-(-5)) = -5$, et non 5.

Corrigé de l'exercice 15.

a) **Négatif.** Le signe moins en tête signe le nombre 7 comme négatif.

b) **Positif.** $-(-3) = 3$.

c) **Négatif.** L'opposé d'un positif est négatif.

d) **Positif.** L'opposé d'un négatif est positif.

e) **Indéterminé.** Selon le signe de x, $-x$ peut être positif (si $x < 0$), négatif (si $x > 0$) ou nul (si $x = 0$).

f) **Négatif.** On a $-(-2) = 2$, puis $-(2) = -2$, donc $-(-(-2)) = -2$.

Corrigé de l'exercice 16.

a) **Incorrect.** L'élève a ajouté une parenthèse fantôme autour de $6n - 4n$. Or, dans l'expression de départ, le signe moins devant $4n$ est un signe de soustraction qui lie $4n$ à $-6n$; il ne devient pas un signe plus lors du regroupement. La présence de cette parenthèse change $-4n$ en $+4n$ et fausse le résultat. Le calcul correct est :

$$4 - 6n - 4n = 4 + (-6n) + (-4n) = 4 - 10n.$$

b) **Correct.** Chaque terme conserve son signe : $-6n$ et $-4n$ sont additionnés pour donner $-10n$.

c) **Correct, mais peu justifié.** Chaque égalité est vraie : chaque terme a été déplacé avec son signe. Pour une rédaction modèle, expliciter le regroupement :

$$15 - 9y - 4y + 10 = (15 + 10) + (-9y - 4y) = 25 - 13y.$$

d) **Incorrect.** L'élève a ajouté une parenthèse fantôme autour de $5a - 4a$, ce qui transforme $-4a$ en $+4a$. Le calcul correct est :

$$6 - 5a - 3 - 4a = (6 - 3) + (-5a - 4a) = 3 - 9a.$$

Corrigé de l'exercice 17.

a) $4 - 6n - 4n = 4 + (-6n - 4n) = 4 - 10n$.

b) $20 + 8 - 7n - 5n = (20 + 8) + (-7n - 5n) = 28 - 12n$.

c) $15 - 9y - 4y + 10 = (15 + 10) + (-9y - 4y) = 25 - 13y$.

d) $6 - 5a - 3 - 4a = (6 - 3) + (-5a - 4a) = 3 - 9a$.

e) $-12-7x-5-3x=(-12-5)+(-7x-3x)=-17-10x$.

f) $9+4t-6-7t-2t=(9-6)+(4t-7t-2t)=3-5t$.

Corrigé de l'exercice 18.

a) Multiplication : $-6\times(-4)=24$ (règle des signes).

b) Addition de deux nombres négatifs : $-6-4=-10$.

c) Addition de deux nombres négatifs : $-3+(-5)=-8$.

d) Multiplication : $-3\times(-5)=15$ (règle des signes).

e) Soustraction d'un nombre négatif : $-7-(-2)=-7+2=-5$.

f) Multiplication : $-7\times(-2)=14$ (règle des signes).

Corrigé de l'exercice 19.

a) **Incorrect.** Le calcul $-9y-4y$ est une addition (entre les termes $-9y$ et $-4y$), et non une multiplication. La règle « moins par moins donne plus » ne s'applique qu'à la multiplication : l'invoquer ici relève d'une confusion de contexte. La somme de deux termes négatifs est négative : $-9y-4y=-13y$.

b) **Correct.** Il s'agit cette fois d'une multiplication : la règle des signes s'applique et donne bien $-9\times(-4)=36$.

c) **Incorrect.** Le calcul $-6-5$ est une addition de deux nombres négatifs, et non une multiplication. La règle des signes ne s'applique donc pas. La somme de deux termes négatifs est négative : $-6-5=-11$.

Corrigé de l'exercice 20.

a) $(-3)\times 4=-12$ (un facteur négatif).

b) $5\times(-7)=-35$ (un facteur négatif).

c) $(-6)\times(-2)=12$ (deux facteurs négatifs).

d) $(-8)\times(-3)=24$ (deux facteurs négatifs).

e) $(-9)\times 0=0$.

f) $\dfrac{-20}{4}=-5$ (un terme négatif).

g) $\dfrac{-15}{-3}=5$ (deux termes négatifs).

h) $\dfrac{12}{-6}=-2$ (un terme négatif).

Corrigé de l'exercice 21.

a) Termes : $+6y$; -20 ; $+3y$; -12.

b) Termes : $-5x$; $+7$; $-2x$; -3.

c) Termes : $-a$; $-b$; $+c$; $-d$.

d) Termes : $+4$; $-6n$; $-4n$.

Corrigé de l'exercice 22.

a) $-7+3 = 0-7+3$. Termes : -7 ; $+3$.

b) $-2x+5y = 0-2x+5y$. Termes : $-2x$; $+5y$.

c) $-a-b+4 = 0-a-b+4$. Termes : $-a$; $-b$; $+4$.

d) $-3-5+9 = 0-3-5+9$. Termes : -3 ; -5 ; $+9$.

Corrigé de l'exercice 23.

a) **Non.** L'élève a inversé l'ordre des deux termes, comme s'il s'agissait d'une addition (où l'ordre des termes est libre). Or, la soustraction n'est pas commutative : l'expression $7-13$ a pour termes signés $+7$ et -13, alors que $13-7$ a pour termes signés $+13$ et -7. Ce sont deux calculs distincts.

b) $7-13 = -6$ (en partant de 7 sur la droite graduée et en se déplaçant de 13 unités vers la gauche).

c) L'élève a calculé $6x-2x = 4x$ pour les termes en x, en lisant l'expression de droite à gauche. Or, les termes signés de l'expression sont $+2x$; -7 ; $-6x$; -4. Le calcul correct sur les termes en x donne $2x-6x = -4x$. Pour les nombres, l'élève a obtenu $-7-4 = -11$, ce qui est juste. Le résultat correct est donc :

$$2x-7-6x-4 = (2x-6x)+(-7-4) = -4x-11.$$

Corrigé de l'exercice 24.

a) $-(3x+5) = -3x-5$.

b) $-(4a-7) = -4a+7$.

c) $-(2y-3z+1) = -2y+3z-1$.

d) $-(-a+b-c) = a-b+c$.

e) $7-(x-4) = 7-x+4 = 11-x$.

f) $2a-(4a-5b+2c) = 2a-4a+5b-2c = -2a+5b-2c$.

Corrigé de l'exercice 25.

a) $-7-2 = (-7)+(-2) = -9$.

b) $5-9 = (+5)+(-9) = -4$.

c) $-3+8 = (-3)+(+8) = 5$.

d) $-6-4 = (-6)+(-4) = -10$.

e) $10-15 = (+10)+(-15) = -5$.

f) $-2-8 = (-2)+(-8) = -10$.

Corrigé de l'exercice 26.

a) Termes : $+4n$; $-3n$. Donc $4n - 3n = n$.

b) Termes : $-5x$; $+2x$; $-7x$. On regroupe : $(-5x + 2x - 7x) = -10x$.

c) Termes : $+4$; $-6n$; $-4n$; $+9$. On regroupe : $(4 + 9) + (-6n - 4n) = 13 - 10n$.

d) Termes : -15 ; $-9y$; $-4y$; $+10$. On regroupe : $(-15 + 10) + (-9y - 4y) = -5 - 13y$.

e) Termes : $+6y$; -20 ; $+3y$; -12 ; $+y$. On regroupe : $(6y + 3y + y) + (-20 - 12) = 10y - 32$.

f) Termes : $-3a$; -4 ; $+5a$; -7 ; $-2a$; $+1$. On regroupe : $(-3a + 5a - 2a) + (-4 - 7 + 1) = 0 + (-10) = -10$.

Corrigé de l'exercice 27.

a) Le signe moins devant la parenthèse indique l'opposé de l'expression $(3x - 7)$; celui à l'intérieur, entre $3x$ et 7, est le signe d'une soustraction.

$$5x - (3x - 7) + 2 = 5x - 3x + 7 + 2 = 2x + 9.$$

b) Les deux signes moins devant les parenthèses indiquent l'opposé des expressions correspondantes ; celui à l'intérieur de la seconde parenthèse, entre $3a$ et 4, est le signe d'une soustraction.

$$-(2a + 5) - (3a - 4) = -2a - 5 - 3a + 4 = -5a - 1.$$

c) Les deux signes moins devant les parenthèses indiquent l'opposé des expressions correspondantes ; celui à l'intérieur de la première parenthèse, entre y et 3, est le signe d'une soustraction.

$$4y - (y - 3) - (2y + 5) = 4y - y + 3 - 2y - 5 = y - 2.$$

d) Le premier signe moins (devant la première parenthèse) indique l'opposé de l'expression $(-3n + 7)$. Au sein de cette parenthèse, le signe moins de $-3n$ est le signe du nombre négatif $-3n$. Le signe moins entre $5n$ et 2 est le signe d'une soustraction. Le dernier signe moins (devant la troisième parenthèse) indique à nouveau l'opposé de l'expression $(n + 4)$.

$$-(-3n + 7) + (5n - 2) - (n + 4) = 3n - 7 + 5n - 2 - n - 4 = 7n - 13.$$

Corrigé de l'exercice 28.

a) Solde : $25 - 40 = -15$. Marc a un solde de -15 €, ce qui signifie que son compte est à découvert : il doit 15 € à la banque.

b) Température : $-2 - 5 = -7$. Il fait -7 °C, c'est-à-dire 7 degrés sous zéro.

c) Altitude : $-12 - 8 = -20$. La plongeuse est à l'altitude -20 m, c'est-à-dire à 20 m sous le niveau de la mer.

d) On résout $x + 12 = 5$, donc $x = 5 - 12 = -7$. Le résultat est négatif. On pouvait le prévoir : pour que la somme $x + 12$ soit égale à 5, c'est-à-dire strictement inférieure à 12, il fallait nécessairement que x soit négatif.

Corrigé de l'exercice 29.

a) $5 - 3 = 2$; $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$; $-5 - 3 = -8$; $-5 - (-3) = -5 + 3 = -2$.

b) Le résultat est plus grand que le premier nombre dans les calculs $5 - (-3)$ $(8 > 5)$ et $-5 - (-3)$ $(-2 > -5)$. Dans les deux cas, on soustrait un nombre négatif, ce qui revient à ajouter son opposé. Soustraire un nombre négatif augmente donc le résultat. La règle « soustraire rend plus petit », valable pour les entiers naturels, ne tient plus avec les relatifs.