Bien rédiger en mathématiques

La rédaction en mathématiques n'est pas un exercice de style : c'est la preuve que l'on a compris. Une copie bien rédigée montre au correcteur que chaque étape est maîtrisée, que chaque propriété est identifiée et que la conclusion découle logiquement du raisonnement. Cette fiche présente, pour chaque niveau, des exemples concrets de rédactions **maladroites** et **attendues** afin que chacun sache exactement ce qui est attendu.

① Ce que le correcteur attend

Une copie bien rédigée est une copie qu'un lecteur peut suivre sans deviner ce que l'auteur a voulu faire. Concrètement, cela signifie que chaque ligne de calcul découle visiblement de la précédente, que la propriété ou le théorème utilisé est cité **avant** d'être appliqué, qu'aucune étape intermédiaire n'est escamotée et que la réponse à la question posée apparaît clairement dans une phrase de conclusion. Le brouillon sert à chercher ; la copie sert à convaincre.

② Niveau quatrième

2.1 Résoudre une équation

Énoncé : résoudre l'équation $3x - 7 = 2x + 5$.

Rédaction maladroite

$$3x - 7 = 2x + 5$$

$$3x - 2x = 5 + 7$$

$$x = 12$$

Aucune justification des opérations effectuées, pas de conclusion.

Rédaction attendue

$$3x - 7 = 2x + 5$$

$$3x - 2x - 7 = 2x - 2x + 5$$

$$x - 7 = 5$$

$$x - 7 + 7 = 5 + 7$$

$$x = 12$$

L'équation $3x - 7 = 2x + 5$ admet une unique solution : 12.

Vérification : on remplace x par 12 dans chaque membre.

- Membre de gauche : $3 \times 12 - 7 = 36 - 7 = 29$.
- Membre de droite : $2 \times 12 + 5 = 24 + 5 = 29$.

Les deux membres sont égaux : la solution est correcte.

2.2 Montrer qu'un triangle est rectangle

Énoncé : soit ABC *un triangle tel que* AB = 6, AC = 8 *et* BC = 10. *Montrer que le triangle* ABC *est rectangle.*

Rédaction maladroite

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \quad \text{et} \quad 10^2 = 100$$

C'est égal donc c'est rectangle.

La réciproque du théorème de Pythagore n'est pas citée, on ne sait pas quel côté est le plus long, la conclusion est vague (« c'est rectangle » ne précise pas l'angle droit).

Rédaction attendue

Le côté le plus long est [BC] avec BC = 10.
On calcule séparément :

$$BC^2 = 10^2 = 100$$

$$AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

③ Niveau seconde

3.1 Résoudre une inéquation

Énoncé : résoudre l'inéquation $-2x + 3 > 7$.

Rédaction maladroite

$$-2x + 3 > 7$$

$$-2x > 4$$

$$x > -2$$

Aucune justification, et surtout le sens de l'inégalité n'est pas inversé lors de la division par un nombre négatif. L'erreur de signe est passée inaperçue faute de rédaction.

Rédaction attendue

$$-2x + 3 > 7$$

$$-2x + 3 - 3 > 7 - 3$$

$$-2x > 4$$

On divise les deux membres par -2. Comme $-2 < 0$, on **inverse le sens de l'inégalité** :

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{4}{-2}$$

$$x < -2$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x + 3 > 7$ est $]-\infty\ ;\ -2[$.

Vérification : on teste $x = -3$, qui appartient bien à $]-\infty\ ;\ -2[$:

$$-2 \times (-3) + 3 = 6 + 3 = 9 > 7 \quad \checkmark$$

3.2 Montrer que trois points sont alignés

Énoncé : dans un repère, on donne A$(1\ ;\ 3)$, B$(3\ ;\ 7)$ *et* C$(5\ ;\ 11)$. *Montrer que les points* A, B *et* C *sont alignés.*

Rédaction maladroite

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\8\end{pmatrix}$$

On voit que $\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB}$ donc alignés.

Le calcul des coordonnées n'est pas détaillé, la colinéarité est affirmée « à vue » sans utiliser le déterminant, la conclusion ne forme pas une phrase complète.

Rédaction attendue

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-1\\7-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$$

Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}5-1\\11-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\8\end{pmatrix}$$

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$$\det\left(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC}\right)=2\times 8-4\times 4=16-16=0$$

Le déterminant est nul, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Les points A, B et C sont donc alignés.

④ Niveau première

4.1 Étudier les variations d'une fonction

Énoncé : soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-3x+1$. Étudier les variations de f.

Rédaction maladroite

$$f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$$

Le tableau de signe montre que f est croissante puis décroissante puis croissante.
Le tableau n'est pas tracé, les intervalles de croissance et de décroissance ne sont pas précisés, les valeurs de f aux points remarquables sont absentes.

Rédaction attendue

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme. On calcule sa dérivée :

$$f'(x)=3x^2-3$$

On factorise : $f'(x)=3(x^2-1)=3(x-1)(x+1)$.
On résout $f'(x)=0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$x-1=0 \quad \text{ou} \quad x+1=0$$

$$x=1 \quad \text{ou} \quad x=-1$$

On calcule les valeurs de f aux extremums locaux :

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = -1 + 3 + 1 = 3$$

$$f(1) = 1^3 - 3(1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

On dresse le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		↗	3	↘	-1	↗	

La fonction f est strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ -1]$, strictement décroissante sur $[-1\ ;1]$ et strictement croissante sur $[1\ ;\ +\infty[$. Elle admet un maximum local égal à 3 en $x = -1$ et un minimum local égal à -1 en $x = 1$.

4.2 Montrer que deux droites sont perpendiculaires

Énoncé : dans un repère orthonormé, on donne A(1 ; 2), B(4 ; 0) *et* C(3 ; 5). *Montrer que les droites* (AB) *et* (AC) *sont perpendiculaires.*

Rédaction maladroite

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$$

$3 \times 2 + (-2) \times 3 = 0$ Perpendiculaires.

Le calcul des coordonnées n'est pas détaillé, le produit scalaire n'est pas nommé, la propriété utilisée n'est pas citée, et la conclusion ne forme pas une phrase.

Rédaction attendue

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4-1\\0-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$$

Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3-1\\5-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$$

On calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ dans le repère orthonormé :

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3\times 2+(-2)\times 3=6-6=0$$

Comme $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. Les droites (AB) et (AC) sont donc perpendiculaires.

5 Niveau terminale

5.1 Calculer une limite

Énoncé : calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2+5}$.

Rédaction maladroite

$$\frac{2x^2}{x^2}=2 \quad \text{donc la limite est 2.}$$

Le raisonnement est juste intuitivement, mais il n'y a aucune factorisation, aucune justification des règles utilisées, et l'écriture $\dfrac{2x^2}{x^2}=2$ *ne constitue pas un argument mathématique rigoureux.*

Rédaction attendue

Pour tout $x\neq 0$, on factorise le numérateur et le dénominateur par x^2 :

$$\frac{2x^2-3x+1}{x^2+5}=\frac{x^2\left(2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\dfrac{5}{x^2}\right)}=\frac{2-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{1+\dfrac{5}{x^2}}$$

Par les théorèmes d'opérations sur les limites :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(2-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=2 \qquad \text{et} \qquad \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{5}{x^2}\right)=1$$

Par quotient de limites :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 5} = \frac{2}{1} = 2$$

5.2 Déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan

Énoncé : dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2x - y + 3z = 7$ et la droite $\mathcal{D}$ de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

Déterminer l'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$.

Rédaction maladroite

$$2(1 + t) - (-1 + 2t) + 3(3 - t) = 7$$

$$2 + 2t + 1 - 2t + 9 - 3t = 7$$

$$-3t + 12 = 7$$

$$t = 5/3$$

Aucune explication de la méthode, aucune phrase de conclusion. Le lecteur ne sait pas ce que représente $t = \frac{5}{3}$, ni quelles sont les coordonnées du point d'intersection.

Rédaction attendue

Un point M de la droite $\mathcal{D}$ a pour coordonnées $(1 + t \ ; \ -1 + 2t \ ; \ 3 - t)$ pour un certain réel t.
Ce point M appartient au plan $\mathcal{P}$ si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation du plan :

$$2(1 + t) - (-1 + 2t) + 3(3 - t) = 7$$

On développe :

$$2 + 2t + 1 - 2t + 9 - 3t = 7$$

$$12 - 3t = 7$$

$$-3t = -5$$

$$t = \frac{5}{3}$$

L'équation admet une unique solution, donc $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont sécants.

On remplace t par $\dfrac{5}{3}$ dans la représentation paramétrique de $\mathcal{D}$:

$$x = 1 + \frac{5}{3} = \frac{8}{3} \qquad y = -1 + \frac{10}{3} = \frac{7}{3} \qquad z = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$$

Le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ est le point $\mathrm{M}\left(\dfrac{8}{3}\ ;\ \dfrac{7}{3}\ ;\ \dfrac{4}{3}\right)$.